

Universita' di Roma Tor Vergata
Esame di Geometria 1 (Prof. Ghione)
aa. 2008-09
4 Febbraio 2009

Nome e Cognome

Giustificare le risposte. Rispondere innanzitutto alle domande contrassegnate da un asterisco.

Esercizio 1

Dare la definizione di vettore geometrico.

Esercizio 2

Consideriamo la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

a)* Trovare per ogni intero $n \geq 0$ la matrice A^n . ($A^0 = I$)

b)* Determinare, in funzione di k , la dimensione dello spazio vettoriale formato dai vettori numerici a 4 componenti (x_0, x_1, x_2, x_3) tali che

$$x_0 A^0 + x_1 A^1 + x_2 A^2 + x_3 A^3 = 0$$

e scrivere una combinazione lineare non banale di queste 4 matrici

c) In generale se A è una generica matrice quadrata $m \times m$, cosa si può dire sul più piccolo valore di n per il quale A^{n+1} è combinazione lineare di $A^0, A^1, \dots, A^n$?

Esercizio 3

Fissato nello spazio euclideo un sistema di riferimento cartesiano $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ consideriamo la retta s data in equazioni parametriche e la retta r come intersezione di due piani

$$s : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases} \quad r : \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

a*) Stabilire se le due rette sono incidenti, parallele o sghembe

b*) Determinare l'equazione cartesiana del piano α che contiene s e perpendicolare ad r .

c) In generale date due rette r ed s dare una condizione necessaria e sufficiente affinché esista un piano che contiene s ed è perpendicolare ad r

Esercizio 4

Consideriamo l'unica applicazione lineare

$$F : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}$$

tale che $F((1,1,0,0))=1$, $F((1,1,0,0))=2$, $F((1,0,0,1))=1$, $F((0,1,0,1))=2$

a)* Calcolare $F((a,b,c,d))$

b)* Calcolare una base per il nucleo di F

c) In che modo è possibile calcolare una base per il nucleo senza risolvere il punto a)*