

Universita' di Roma Tor Vergata
Esame di Geometria 1 (Prof. Ghione)
aa. 2010-11
7 Febbraio 2011

Nome e Cognome

Giustificare le risposte. Rispondere innanzitutto alle domande contrassegnate da un asterisco.

Esercizio 1

Dare la definizione di sottospazio vettoriale.

Esercizio 2

Sia \mathbf{V} lo spazio delle matrici 2×2 a coefficienti reali e sia A una fissata matrice di \mathbf{V} .

a)* Per ognuno dei possibili ranghi di A fare un esempio di una matrice di \mathbf{V} con quel rango.

b)* Sia $\mathbf{W} = \{X \in \mathbf{V} : XA=0\}$. Determinare la dimensione di \mathbf{W} in funzione del rango di A . Dire se e in quali casi, esistono matrici X di \mathbf{V} tali che $XA=A$.

c) Calcolare la dimensione di \mathbf{W} nel caso in cui \mathbf{V} sia lo spazio delle matrici $m \times n$ e A una assegnata matrice $n \times p$.

Esercizio 3

Fissato nello spazio euclideo un sistema di riferimento cartesiano $(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$

a)* Scrivere le equazioni parametriche della retta r che passa per i punti $A=(2,0,-3)$ e $B=(0,0,3)$ e del piano α perpendicolare a r passante per B .

b*) Sia V il punto dove la retta r incontra il piano $z=0$. Scrivere l'equazione cartesiana del cono circolare retto con vertice V , asse r e con una apertura di 30 gradi e descrivere la curva di intersezione del cono col piano α .

c) Come deve essere l'apertura del cono affinché una sua generatrice giaccia sul piano $z=0$?

Esercizio 4

Si consideri il seguente sistema di equazioni lineari nelle incognite x, y, z e con i parametri reali a e b :

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ 3x + ay + bz = a \\ 3x + a^2y + z = b \end{cases}$$

a*) Sfruttando il teorema delle orlate, si determini il rango della matrice dei coefficienti del sistema, e della matrice completa e, ove possibile, si dia la soluzione in base alla formula di Cramer.

b*) A seconda dei valori di a e b , si dia una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo che ha come matrice dei coefficienti quella studiata nel punto a)*

c) Qualora si supponga che a e b siano numeri complessi, cambia qualcosa nelle considerazioni precedenti?

