

Universita' di Roma Tor Vergata
Esame di Geometria 1 (Prof. Ghione)
7Giugno 2010

Nome e Cognome

Giustificare le risposte.

Esercizio 1

Dare la definizione di fibra di una applicazione lineare.

Esercizio 2

Dati tre punti non allineati A, B, C

a)* determinare un punto X tale che $\mathbf{AX} + \mathbf{BX} = 2\mathbf{BC}$

b)* dire per quali valori del parametro reale k il punto X, definito dall'equazione $\mathbf{AX} + \mathbf{BX} = k\mathbf{BC}$, è interno al triangolo ABC.

c) determinare, al variare di k, il luogo dei punti X tali che $\mathbf{AX} + \mathbf{BX} = k\mathbf{BC}$.

Esercizio 3

Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ a & b & c & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

dove a,b,c sono numeri reali.

a)* Si calcoli il determinante e il rango di A in funzione di a,b,c.

b)* Si discuta il sistema in tre incognite che ha A per matrice completa, e se ne diano le soluzioni nei casi in cui il sistema risulti compatibile.

c) Interpretare geometricamente i risultati trovati nei punti a) e b) relativamente alle rette r e s che, in un dato sistema di riferimento cartesiano, hanno equazioni

$$r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ ac + by + cz = 1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 4

Fissato nello spazio euclideo un sistema di riferimento cartesiano (O,**i,j,k**), consideriamo la circonferenza **C** del piano $x+z=1$ di centro $A=(0,1,1)$ e raggio 1.

a*) Scrivere l'equazione cartesiana e le equazioni parametriche della sfera che contiene la circonferenza **C** e ha raggio 1.

b*) Scrivere in funzione di un parametro t le equazioni cartesiane delle sfere che contengono la circonferenza **C**.

c) Determinare i raggi e i centri delle sfere che contengono la circonferenza **C** e sono tangenti al piano $z=0$.