Universita' di Roma Tor Vergata
Esame di Geometria 1 (Prof. Ghione)
aa. 2008-09
10 Settembre 2009

Nome e Cognome ....
Giustificare le risposte. Rispondere innanzitutto alle domande contrassegnate da un asterisco.

Esercizio 1
Dare la definizione di angolo tra due vettori numerici.

Esercizio 2
a)* Sia ABCD un parallelogramma e sia M il punto medio del lato BC. Prolunghiamo il segmento DM (dalla parte di M) di un tratto MP e sia MP=MD. Dimostrare che i punti ABP sono allineati.
b) come si può generalizzare questo teorema?

Esercizio 3
Fissato nello spazio euclideo un sistema di riferimento cartesiano (O,**i**,**j**,**k**), consideriamo il vettore **u** = **i**+**j** , il punto A=(1,1,k) e il piano α di equazione x+z=0.
a*) Dire per quale valore di k il punto A appartiene al piano α e calcolare equazioni parametriche della retta *r* passante per il punto A (trovato precedentemente), perpendicolare al vettore **u** e contenuta nel piano α.
b*) Determinare i valori dei parametri a e b affinché il piano ax +by-z=1 contenga la retta *r*.
c) Scrivere, in funzione di due parametri omogenei, l'equazione cartesiana della famiglia di piani (fascio di piani) che contengono r.

Esercizio 4
Consideriamo l'applicazioni lineare F : $\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ che trasforma i vettori della base canonica di $\mathbf{R}^4$ nel modo seguente

$$F(\mathbf{e}_1)=\begin{pmatrix} a \\ a+1 \\ a+2 \end{pmatrix} \quad , \quad F(\mathbf{e}_2)=\begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 3 \end{pmatrix} \quad , \quad F(\mathbf{e}_3)=\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad , \quad F(\mathbf{e}_4)=\begin{pmatrix} a \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a*) Per quali valori del parametro a F è una applicazione suriettiva?
b*) Calcolare, in funzione del parametro a, una base per Ker F.
c) Possono esistere applicazioni lineari F : $\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ che siano suriettive e iniettive? Spiegare i motivi della propria risposta.