Universita' di Roma Tor Vergata
Esame di Geometria 1 (Prof. Ghione)
21 Febbraio 2011

Nome e Cognome ....

Giustificare le risposte. Rispondere innanzitutto alle domande contrassegnate da un asterisco.

Esercizio 1 Dare la definizione di angolo ottuso tra due vettori di $\mathbf{R}^n$.

Esercizio 2 Consideriamo lo spazio vettoriale V formato dalle matrici 3x3 a coefficienti reali, triangolari superiore a traccia nulla. (Una matrice è triangolare superiore se gli elementi sotto la diagonale principale sono nulli; la traccia di una matrice è la somma degli elementi sulla diagonale principale)

a)* determinare la dimensione di V

b)* sia U il sottospazio di V formato da quelle matrici per le quali la somma degli elementi su ogni riga è la stessa e W il sottospazio di V formato da quelle matrici per le quali la somma degli elementi su ogni colonna è la stessa. Determinare la dimensione di U e una sua base. Esistono elementi non nulli in $U \cap W$?

c) Nel caso di matrici triangolari n x n., valutare la dimensione di $U \cap W$.

Esercizio 3 Fissato nello spazio euclideo un sistema di riferimento cartesiano $(O,\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{k})$

a)* Sia a un dato numero reale, considerare le rette r_a ed s definite dalle equazioni seguenti

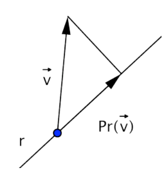
$$r_a \quad : \quad \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = at \end{cases} \qquad\qquad s \quad : \quad \begin{cases} x + 2y - z + 3 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare in funzione di a, una base ortonormale per la giacitura di r_a e per la giacitura di s. Le due rette sono parallele? sono sghembe?

b)* Sia V lo spazio dei vettori geometrici ed

$$F : V \text{ ----> } V$$

l'applicazione che associa a **v** la somma della sua proiezione ortogonale su r_a e su s. Dimostrare che F è lineare e calcolare il nucleo di F in funzione di a.



c) Interpretare geometricamente i risultati del punto b)

Esercizio 4 Consideriamo la matrice A.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & \lambda \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & \lambda & 2 \end{pmatrix}$$

a)* Dimostrare che per $\lambda=0$ la matrice è invertibile e calcolarne l'inversa.

b)* Calcolare i valori di λ per i quali il rango è 2 e per tali valori dimostrare che ogni coppia di righe è formata da vettori linearmente indipendenti. Lo stesso può dirsi per le colonne?

c) Calcolare al variare di λ per ogni n il rango della matrice A^n.