Sappiamo che $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, e $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$, con $b_n \neq 0$, $b \neq 0$. Vogliamo mostrare che $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = \dfrac{a}{b}$.

Sappiamo che $\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ n_\varepsilon : n > n_\varepsilon \implies |a_n - a| < \varepsilon$ e $\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ n'_\varepsilon : n > n'_\varepsilon \implies |b_n - b| < \varepsilon$

$|b_n| = |(b_n - b) + b| \geq |b| - |b_n - n| \geq |b_n|/2$, se $|b_n - b| \leq |b|/2$. Ciò è possibile se prendiamo $\varepsilon < |b|/2$. Si noti come essenziale sia avere $b \neq 0$. Possiamo quindi scrivere

$$\left|\frac{a_n}{b_n} - \frac{a}{b}\right| = \left|\frac{a_n b - b_n a}{b b_n}\right| = \left|\frac{(a_n - a)b + a(b - b_n)}{b b_n}\right| \leq \frac{\varepsilon|b| + \varepsilon|a|}{|b|\frac{|b|}{2}} = 2\frac{|a| + |b|}{b^2}\varepsilon$$