Esercizi svolti a lezione e non provenienti dal Marcellini–Sbordone

La presenza della lettera `C` indica un esercizio da fare a casa. La capacità di svolgere tali esercizi è parte del bagaglio necessario in sede di esame orale.

13/10/2009 Sono stati svolti esercizi standard con successioni molto semplici. Tipicamente sono state usate potenze di $a_n = n$ e $a_n = (-1)^n$. Si è in particolare messo in evidenza attravesro degli esempi, che le *forme indeterminate* sono tali in quanto non si possono trarre conclusioni a partire dai limiti delle successioni che le compongono.

• Un aspetto da sottolineare è la formula (20.7) a pag.70. del libro di testo Marcellini–Sbordone. La formula prevede che $|a_n/b_n| \to +\infty$ non appena $a_n \to a \neq 0$ e $b_n \to 0$. Lo studente non deve però ritenere che dalla conclusione si possa trarre quest'altra:

$a_n/b_n \to +\infty$ oppure $a_n/b_n \to -\infty$. Si prendano infatti le successioni $a_n \equiv 1$ e $b_n \equiv (-1)^n/n$. Si dimostri che a_n/b_n non tende ad alcun limite.

• In questo senso la formula (20.7) differisce dalla (20.3). Se infatti $a_n \to a \neq 0$ (supponiamo $a > 0$) e $b_n \to +\infty$, allora $a_nb_n \to +\infty$ e se invece $b_n \to -\infty$, allora $a_nb_n \to -\infty$. Se $a < 0$ i segni sono invertiti.

Infatti per ipotesi si ha $\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ n_\varepsilon : |a_n - a| < \varepsilon$ e ossia $a - \varepsilon < a_n < a + \varepsilon$. Prendendo $\varepsilon = a/2$ possiamo dire che *definitivamente* $a_n > a/2$ e quindi $a_nb_n \geq ab_n/2$ (stiamo supponendo $b_n \to +\infty$). La conseguenza è che $a_nb_n \geq ab_n/2$ e per il teorema del confronto il limite vale $+\infty$. Se invece avessimo $a > 0$ ma $b_n \to -\infty$ allora $a_nb_n < ab_n/2$ e sempre per il teorema del confronto, $a_nb_n \to -\infty$.

• Per le formula (20.4) e (20.6) pure non ci sono ambiguità . Per la (20.4) a_nb_n tende a $+\infty$ oppure a $-\infty$ e per la (20.6), b_n/a_n fa la stessa cosa.

14/10/2009

`1)` Trovare n_ε per il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^4 - n^2 + 1}{2n^4 + 5n^3 - 5n^2 + n - 1}$

`2)` Trovare n_ε per il limite $\lim_{n\to+\infty} \sin(2\pi n\sqrt{n^2 + \sqrt{n}})$

`3)` Dare un esempio di successione $\{a_n\}$ tale che $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$ e $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(a_{n+1} - a_n) = 0$.

15/10/2009

`4)` Trovare $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\tan a_n}{a_n}$ dove $a_n \to 0$, `5)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1 - \cos a_n}{a_n^2}$, `6)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n\left(\sin\frac{\sqrt{n} - 1}{2n + 3}\right)^2$,

`7)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n\left(1 - \cos\frac{\sqrt{n} - 1}{2n + 3}\right)$, `8)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} 2^{\frac{1}{\sqrt{n}}}$,

19/10/2009

`9)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} 2^{\frac{n}{1+\sqrt{n}}}$, `10)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} 2^{\frac{\sqrt{n}}{1+n}}$, `11)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} (n^n)^{\frac{(-1)^n}{n}}$ non esiste ed è un caso in cui $+\infty^0$ non ammette limite, `12)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{n^n}\right)^{\frac{(-1)^n}{n}}$ non esiste ed è un caso in cui $+0^0$ non ammette limite,

`13)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^{n^2}$ non esiste ed è un caso in cui $1^{+\infty}$ non ammette limite,

`14)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} (\frac{3 + n^a}{2 + n})^n$ $a \in \mathbf{R}$,

`15)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \big(1 + 2\sin\frac{1}{n}\big)^n$,

`16)` $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} e^{n\cos\frac{1}{n}} n^{-n}$, 17) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n^2\ln^2(n^4+1)+n^3}{n^2+\ln^8(1+n^8)-n\sin^2 n}$,

20/10/2009 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione. Sulla base delle conoscenze acquisite alla data indicata, è impossibile stabilire se uno dei limiti esiste. Saper riconoscere tale limite fa parte della preparazione.

18) $\lim_{n\to+\infty} (e^n+n)^{1/n}$,

19) $\lim_{n\to+\infty} n^4(1-\cos(1-\cos 1/n))$,

20) $\lim_{n\to+\infty} (\sin\frac{1}{n})^{1/(\cos\frac{1}{n}-1)}$,

21) $\lim_{n\to+\infty} (\cos\frac{1}{n})^{\frac{1}{\sin\frac{1}{n}}}$,

22) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n^2\ln^2(n^4+1)+n^3}{n^2+\ln^2(1+e^{n^2})-n\sin^2 n}$,

23) $\lim_{n\to+\infty} (1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$

24) $\lim_{n\to+\infty} \left(\dfrac{(2n)!}{(n!)^2}\right)^{\frac{1}{n}}$

25) $\lim_{n\to+\infty} n\left(n\sin\frac{1}{n}-1\right)$,

26) $\lim_{n\to+\infty} n\sin\left(\dfrac{n^2(n-1)+2}{n}\pi\right)$

27) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n!+2^n}{(2n-\sqrt{n})(n-1)!}$

21/10/2009 Sulla base delle conoscenze acquisite alla data indicata, è impossibile stabilire se uno dei limiti esiste. Saper riconoscere tale limite fa parte della preparazione.

28) $\lim_{n\to+\infty} \left(\cos(1-\cos\frac{1}{n})\right)^{\sin\frac{1}{n^2}}$,

29) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{2\ln(n+e^{\sqrt{n}})+2n}{(n!)^{\frac{1}{2n}}+5n}$,

30) $\lim_{n\to+\infty} n\left(2\ln(n+e^n)-2n\right)$,

31) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{2^n(n!)^2}{(2n)!}$,

32) $\lim_{n\to+\infty} \left(1-\cos\frac{1}{n}\right)^{\sin\frac{1}{n^2}}$,

I prossimi 4 limiti non sono stati svolti a lezione ma possono essere lo stesso trovati dagli studenti (Si tenga sempre presente che uno o più limiti potrebbero non essere calcolabili sulla base delle conoscenze aquisite alla data indicata)

33) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^2+\frac{(\sin n)^5}{n}}{2n^3-2n^2\cos n^3}$,

34) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{n^{\sqrt{n}}2^n(\ln(1+n^n)+1)}{(\sqrt{n})^n(\ln(1+n^2)+2)}$,

35) $\lim_{n\to+\infty} \left(\cos(1-\cos\frac{1}{n})\right)^{\sin\frac{\sin n}{n^2}}$,

36) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{4n^{4n}+(n!)^2}{7(\sqrt{n})^{3n}+5n^{\ln n}}$

26/10/2009

Calcolare δ_ε per il limite $\lim_{x\to x_0} \frac{x+3}{x}$, $\quad$ x_0 può essere pari a zero.

37) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \sin^2 x - x^3}{\sin x + \sin^2 x + x^3}$,

38) $\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x - \sin^2 x - x^3}{x\sin x + \sin^2 x + x^3}$,

02/11/2009

39) Stima di δ_ε nel limite $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \sin^2 x - x^3}{\sin x + \sin^2 x + x^3}$

40) $\lim_{x\to 0^+} \frac{x^x - e^{x^2}}{x\ln x - \sin^2 x}$

41) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^x - e^{x^2}}{x\ln x - \sin^2 x}$

42) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(2x) - e^{-2x^2}}{(2-2\cos x)^2}$. Quest'ultimo limite non può essere calcolato con i mezzi acquisiti al 2 novembre. L'esercizio consiste nell'accorgersi di tale fatto.

03/11/2009 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

43) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \tan x}{\ln(1+2x^3)}$

44) $\lim_{x\to e} \frac{\ln x - 1}{x-e}$.

45) $\lim_{x\to a} \frac{\sin x - \sin a}{x-a}$,

46) $\lim_{x\to +\infty} \log\sin\frac{1}{x} - \log\frac{1}{x}$

47) $\lim_{x\to +\infty} (x+1)e^{\frac{x}{x+1}} - xe$

48) $\lim_{x\to +\infty} (x+1)e^{\frac{x}{x-1}} - xe$ $\qquad$ (il risultato non è e)

49) $\lim_{x\to +\infty} x^a + x^b \sin x$ con $a, b \in \mathbf{R}$,

50) $\lim_{x\to \pi/2} (\sin x)^{\tan x}$

51) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\arctan(\tan x)}{x}$ $\qquad$ (il risultato non è 1)

52) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^{\ln x} - (\ln x)^{2x}}{x}$

04/11/2009

53) Verificare che per $c = 2/3$ il limite vale zero mentre è diverso da zero altrimenti
$\lim_{x\to \pm\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2} + \sqrt{x^2 - cx} - 2x$

54) $\lim_{x\to -\infty} \frac{e^x - x}{x^2\sqrt{1+x^2+x^3}}$

C-0) Disegnare il grafico delle funzioni: $\arccos(\cos x)$, $\arcsin(\sin x)$, $\arctan(\tan x)$,

C-1) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x-2}{\sqrt[3]{26+x}-3}$

C-2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

C-3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^x-e^x}{x\ln x-\sin^2 x}$,

C-4) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^x-e^x}{x\ln x-\sin^2 x}$,

C-5) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 3x}{\sin 2x}$,

C-6) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)}{\sin \pi x}$,

C-7) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} (\sqrt{x^4-x^2}-x^2)$,

C-8) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} (x^3-x)^{1/3}-x$,

C-9) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} (x^3-x^2)^{1/3}-x$

C-10) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} \sqrt[3]{x^3+x}+\sqrt{x^2-2\sqrt{x}}-2x$

C-11) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\sin x)^{1/(\cos x-1)}$,

C-12) $\lim_{x\to \pi^+} (\tan x)^{1/(\pi-x)}$,

C-13) $\lim\limits_{x\to a} (\dfrac{\sin x}{\sin a})^{1/(x-a)}$ $a\neq k\pi$ e k intero relativo,

C-14) $\lim\limits_{x\to 1} (1+\sin \pi x)^{\cot \pi x}$

C-15) $\lim\limits_{x\to 1} (1+\sin \pi x)^{\cot \pi x}$

C-16) $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x}}$

C-17) $\lim\limits_{x\to +\infty} \big(1+2\sin\dfrac{1}{x}\big)^x$

C-18) $\lim\limits_{x\to \pi/2} (\tan x)^{\tan(2x)}$

C-19) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\ln(1+\sqrt{x}))^4 \sin\sqrt[3]{x}}{\tan x(\sqrt[3]{1+3x^{4/3}}-1)}$

07/11/2009 Recupero della lezione persa il 28/10/2009.

55) Calcolare le derivate delle funzioni: $\tan(\sin x)$, $(h(x))^{k(x)}$, $e^{\tan x}$, $\sin(\cos x)$, $\sin x^2$

09/11/2009

56) Derivata di $\arctan(\ln x)$.

57) Trovare a e b per cui la funzione che vale e^x per $x\geq 0$ e $a+bx$ per $x<0$ sia continua e derivabile per ogni x.

58) Trovare a e b per cui la funzione che vale $\ln x$ per $x\geq 1$ e $a+be^x$ per $x<1$ sia continua e derivabile per ogni x.

59) Verifica che $e^{-1/|x|}$ è un o–piccolo di $|x|^{-n}$ per ogni n per $x\to 0$.

C-20) Si trovi il dominio della funzione $f(x)=\sqrt{-\log_2\log_3(x^2+2x)}$

C-21) Si trovi il dominio della funzione $f(x)=\sqrt{\log_{1/3}\log_{1/2}(2x^2-2x)}$

C-22) Si trovi il dominio della funzione $f(x)=(\ln(x^2-x-1))^{\ln(-x^2+2x+8)}$

C-23) Si trovi il dominio della funzione $f(x)=\sqrt{\dfrac{\ln(x^2-6x+9)}{x^2+3x+2}}$

C-24) Si trovi insieme dei punti accumulazione dell'insieme $A = \{x \in \mathbf{R}\colon\ x = 2^{2^n} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(-1)^n,\ n \in \mathbf{Z}\}$

C-25) Si trovi insieme dei punti accumulazione dell'insieme $A = \{x \in \mathbf{R}\colon\ x = 2^{2^n(1+(-1)^n)} + 1 + (-1)^n,\ n \in \mathbf{Z}\}$

C-26) Sia data la funzione $e^x + \ln(\frac{1}{2} + 4e^x)$. Si calcoli la derivata della funzione inversa in $\frac{1}{8}$

C-27) Sia data la funzione $e^x + \ln(\frac{1}{4} + 2e^x)$. Si calcoli la derivata della funzione inversa in $\frac{3}{8}$

C-28) Data la funzione $y = \sin x^2$ con $x \in [-\sqrt{\frac{\pi}{2}}, 0) \cup [\sqrt{\pi}, \sqrt{\frac{3\pi}{2}}]$ si trovi l'inversa $f^{-1}(y)$

C-29) Data la funzione $y = \sin(x^2 - \pi)$ con $x \in (0, \sqrt{\frac{\pi}{2}}] \cup [\sqrt{\pi}, \sqrt{\frac{3\pi}{2}}]$ si trovi l'inversa $f^{-1}(y)$

C-30) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2 + n\sin(n^2 + n^4)}{\cos n^3 - n^2}$

C-31) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2 + \ln(n)\sin(e^n)}{2n^2 + 2n\cos n}$

C-32) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos(8x)\sin^2\frac{x}{\sqrt{2}}}{4(1 - \cos\frac{x}{2})}$

C-33) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1 - \cos 2x)^3}{4(1 - \cos(2x^3))}$

C-34) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{2}x^2 + \ln(x + e^{\frac{1}{2}x^2})}{x^2(1 - \frac{1}{2}\cos\frac{1}{x})^2}$

C-35) Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (\sin\frac{1}{x^2})\ln(2 + e^{x\ln x})$

C-36) Si trovi per quale valore di a e b è derivabile per ogni x la seguente funzione
$$f(x) = \begin{cases} a + (\log_2(x-2))^2 & x > 3 \\ e^x + bx & x \le 3 \end{cases}$$

C-37) Si calcolino le seguenti derivate: $f'(e^{\frac{1}{2}}),\ g'(\frac{\pi}{2}),\ h'(e)$ dove $f(x) = x^{\ln x + \ln^2 x}$, $g(x) = (\sin x)^{x\cos x}$, $h(x) = x^{\frac{\ln x}{x}}$

C-38) Si calcolino le seguenti derivate: $f'(e),\ g'(\frac{\pi}{4}),\ h'(e)$ dove $f(x) = (\ln x)^{\ln x + x}$, $g(x) = (\tan x)^{x\cos x}$, $h(x) = (\ln x)^{\frac{x}{\ln x}}$,

C-39) Data la funzione $f(x) = x|x|$ si considerino le seguenti affermazioni e si dica quale di esse è vera: **(1)** esiste una costante a tale che $f(x) = a + o(1)$ per $x \to 0$ **(2)** esiste una costante b tale che $f(x) = bx + o(x)$ per $x \to 0$ **(3)** esiste una costante c tale che $f(x) = cx^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$.

C-40) Siano date le due funzioni $f_1(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ e $f_2(x) = ([x])^2$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera:

f_1 ha una sola discontinuità eliminabile e f_2 infinite discontinuità di prima specie
f_1 ha una sola discontinuità eliminabile e f_2 infinite discontinuità di seconda specie
f_1 ha una sola discontinuità di prima specie e f_2 infinite discontinuità di prima specie
f_1 ha una sola discontinuità di prima specie e f_2 infinite discontinuità di seconda specie
f_1 ha una sola discontinuità eliminabile e f_2 infinite discontinuità eliminabile
f_1 ha una sola discontinuità di seconda specie e f_2 infinite discontinuità di seconda specie

C-41) Siano date le due funzioni $f_1(x) = \begin{cases} \dfrac{1 - \cos x^{1/3}}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ e $f_2(x) = ([x])^2$.

f_1 ha una sola discontinuità di seconda specie e f_2 infinite discontinuità di prima specie

f_1 ha una sola discontinuità eliminabile e f_2 infinite discontinuità di seconda specie
f_1 ha una sola discontinuità di prima specie e f_2 infinite discontinuità di prima specie
f_1 ha una sola discontinuità di prima specie e f_2 infinite discontinuità di seconda specie
f_1 ha una sola discontinuità eliminabile e f_2 infinite discontinuità eliminabile
f_1 ha una sola discontinuità di seconda specie e f_2 infinite discontinuità eliminabili

C-42) Data la funzione $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$ si considerino le seguenti affermazioni e si dica quale di esse è vera: **(1)** esiste una costante a tale che $f(x) = a + o(1)$ per $x \to 0$ **(2)** esiste una costante b tale che $f(x) = bx + o(x)$ per $x \to 0$ **(3)** esiste una costante c tale che $f(x) = cx^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$.

10/11/2009 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.
60) $\lim_{x\to+\infty} (x+1)e^{\frac{x}{x-1}} - xe$ attraverso l'uso degli o–piccoli ossia usando $e^x = 1 + x + o(x)$ per $x \to 0$
61) $\lim_{x\to\pm\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2} + \sqrt{x^2-cx} - 2x$ attraverso l'uso degli o–piccoli ossia usando $(1+x)^a = 1 + ax + o(x)$ per $x \to 0$
62) $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+x^2)^{1/3} - (1-2x)^{1/4}}{x+x^2}$
63) Attraverso l'uso del teorema di Weierstrass, dimostrare che la funzione $f(\theta) = (\sin^4\theta + \cos^4\theta)^{-1}$, $Dom f = \mathbf{R}$, è limitata superiormente (senza conoscere il grafico della funzione).
64) Far vedere che le stesse considerazioni non possono essere applicate alla funzione $f(\theta) = \left(1 - \sin\theta + \dfrac{1}{\theta}\right)^{-1}$ avente come dominio sempre l'insieme dei reali positivi
65) Sia data la funzione $f(x) = x^2\sin(1/x)$, se $x \neq 0$ e $f(0) = 0$. Dimostrare che: 1) la funzione è derivabile per ogni valore di x 2) $f'(0) = 0$ 3) $\lim_{x\to 0} f'(x)$ non esiste.
66) Dimostare che la funzione $\cos\sqrt{x}$ è derivabile per ogni valore $x \geq 0$.
67) Si trovi il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{-\log_2 \log_{1/3}(x^2+2x)}$

11/11/2009
68) $\lim_{x\to a} \dfrac{\sin x - \sin a}{x-a}$ usando il fatto che la funzione $\sin x$ è derivabile in $x = a$.
69) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^x - e^x}{x\ln x - \sin x}$ usando il fatto che $e^t = 1 + t + o(t)$
70) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$ usando il fatto che $e^t = 1 + t + o(t)$
71) $\lim_{x\to+\infty} (x+1)e^{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}} - xe$ usando il fatto che $e^t = 1 + t + o(t)$
72) $\lim_{x\to+\infty} (x+1)e^{\frac{x^2}{x^2-1}} - xe$ usando il fatto che $e^t = 1 + t + o(t)$
73) Sia data la funzione $f(x) = e^{-x-1} - 2\pi x - 1$. Si calcoli la derivata della funzione inversa nel punto $y = 2\pi$
74) Sia data la funzione $f(x) = 2x + \sin x$. Dopo Avere dimostrato che è strettamente crescente si calcoli la derivata della funzione inversa nel punto $y = 2\pi$

16/11/2009
75) Grafico della $f(x) = -x^3 + x^3\ln x$

17/11/2009 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

76) Studiare il grafico della funzione $\dfrac{x}{\ln|x|}$

77) Studiare il grafico della funzione $\ln\big(2\sqrt{e^x|e^x-2|}+e^2\big)$,

78) Studiare il grafico della funzione $x^{2/5}(1-x)^{3/5}$

Tutti i grafici sono presenti in rete nella pagina dei miei esercizi.

19/11/2009

79) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\tan x}{x^3}$

80) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x-\arctan x}{\sin x-\tan x}$

81) Trovare a e b tale che $f(x)=o(x^2)$ per $x\to 0$ dove $f(x)=(1+x^2)^{1/3}+ax+bx^2-e^{2x}$,

82) Calcolare lo sviluppo di Taylor centrato in $x=0$ e $x=1$ della funzione e^{x-x^2}.
Il polinomio centrato in $x=0$ è $1-x^2/2-5x^3/6+x^4/24+120x^5/41+720x^6/31$
Il polinomio centrato in $x=1$ è $1-(x-1)-(x-1)^2/2+6(x-1)^3/5+(x-1)^4/24-120(x-1)^5/41+720(x-1)^6/31$

C-43) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\ln(\tan(\frac{\pi n+1}{2n+1}))}{n^{\ln[e(1-\frac{1}{n})]}-n}$ (non del tutto facile)

C-44) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\ln(\sin(\frac{\pi n+1}{2n+1}))}{\ln(\cos^2(\frac{\pi n+2}{n+2}))}$ (non del tutto facile)

C-45) Per quali valori di a e b la funzione $f(x)=\dfrac{1}{\tan(\sin x)}-\dfrac{1}{\sin(\tan x)}-ax^2+bx^3$ ha ordine di infinitesimo massimo per $x\to 0$? (non del tutto facile)

C-46) Si trovi per quale valore di a, b e c è derivabile due volte per ogni x la seguente funzione $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+c & x\geq 0\\ 3-\ln(1-2x) & x<0\end{cases}$

C-47) Si trovi per quale valore di a e b è derivabile per ogni x la seguente funzione $f(x)=\begin{cases} a+(\log_2(x+1))^2 & x>0\\ e^{x/2}+bx & x\leq 0\end{cases}$

30/11/2009

83) Si studi il grafico della funzione individuando in particolare i punti di estremo, gli asintoti, i flessi. $f(x)=\begin{cases} x^2e^{-x^2} & x\leq 0\\ \left|\dfrac{5}{x}+x-6\right| & x>0\end{cases}$

84) Si studi il grafico della funzione individuando in particolare i punti di estremo, gli asintoti, i flessi. $f(x)=\begin{cases} |\cos x| & -\pi\leq x\leq 0\\ |-x^2+x^3| & 0<x\leq 2\end{cases}$

85) Si trovino α e β tali che la funzione $\beta-\frac{1}{2}x\sin x-\cos x+\alpha x^4$ è $o(x^5)$

01/12/2009 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

86) Studio del grafico $f(x)=\sin x-x\cos x$

87) Trovare il polinomio di Taylor di ordine 2 centrato in $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \ln \dfrac{\ln\sqrt{1+4x^2}}{2^x - \sin x}$

88) Trovare per quali valori di a e b la funzione $f(x) = \dfrac{1}{\tan x} - \dfrac{1}{\arctan x} + ax + bx^2$ è $o(x^2)$

89) Trovare per quali valori di a e b la funzione $f(x) = (\cos)^{\sin x} + ax^3 + bx^6$ è $o(x^6)$

90) Calcolare $\lim\limits_{x\to 0} (e^x - \sin x - \frac{1}{2}x^2)^{\frac{2}{(1-\cos x^2)^{3/4}}}$

C-48) Dopo essersi armati di molta pazienza si trovi il limite
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(\tan x) - \tan(\sin x)}{\arcsin(\arctan x) - \arctan(\arcsin x)}$

02/12/2009

91) Trovare a e b tali che la funzione $(\cos x)^{\tan x} - 1 + ax^3 + bx^5$ sia $o(x^5)$.

03/12/2009

92) Calcolare $\displaystyle\int_0^a e^x dx$ $(a > 0)$ attraverso la sua definizione.

C-49) Calcolare $\displaystyle\int_0^a xe^x dx$ $(a > 0)$ attraverso la sua definizione. Ad un certo punto si dovrà calcolare $\displaystyle\sum_{k=1}^n kx^k$. Si può fare in almeno due modi. Il primo consiste nell'osservare che $ke^k = \dfrac{d}{d\alpha} e^{\alpha k}\Big|_{\alpha=1}$ ed usare il risultato precedente. Per il secondo si può scrivere $\displaystyle\sum_{k=1}^n ke^k = \sum_{k=1}^n (k-1)e^k + \sum_{k=1}^n e^k = \sum_{k=0}^{n-1} ke^{k+1} + \sum_{k=1}^n e^k = e\sum_{k=0}^{n-1} ke^k + \sum_{k=1}^n e^k = e\sum_{k=0}^{n} ke^k - ne^{n+1} + \sum_{k=1}^n e^k$ e quindi

$$\sum_{k=1}^n ke^k - e\sum_{k=0}^n ke^k = -ne^{n+1} + \sum_{k=1}^n e^k \quad \Longrightarrow \quad \sum_{k=1}^n ke^k = \frac{ne^{n+1} - \sum_{k=1}^n e^k}{e-1}$$

C-50) Calcolare $\displaystyle\int_0^a x^2 e^x dx$ $(a > 0)$ attraverso la sua definizione sulla stessa falsariga dell'esercizio precedente.

07/12/2009

93) Dimostrazione che le funzione di Dirichlet è discontinua ovunque.

94) Dimostrazione del risultato seguente: sia $f \in \mathcal{R}([a,b])$ e sia $g(x)$ la funzione $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \neq x_0 \in [a,b] \\ y_0 & x = x_0, \end{cases}$, $y_0 \neq f(x_0)$. Allora pure $g \in \mathcal{R}([a,b])$ e $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$

95) Dimostrazione che la funzione $f(x) = \sin 1/x$ non è uniformemente continua in $(0, +\infty)$ e $(-\infty, 0)$.

07/12/2009

96) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3^4 + 4^n}{4^4 + 5^n}$

97) $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2 + \ln(1+2^n)}$

98) Ordinare per infinitesimo crescente per $x \to 0^+$, le funzioni $\ln(\cos\sqrt{x})$, $e^{-1/x}$, $x\ln(3x)$

99) Calcolare e semplificare derivata della funzione $f(x) = x\sqrt{x^2-1} + \ln(x - \sqrt{x^2-1})$

100) Dimostrare che la funzione $\sqrt{x}$ è uniformemente continua nel suo insieme di definizione.

101) Dimostrazione che la funzione $\dfrac{x+3}{x}$ non è uniformemente continua in $(0,+\infty)$

10/12/2009

102) Calcolo degli integrali $\displaystyle\int \ln x dx$, $\displaystyle\int \arctan x dx$, $\displaystyle\int \frac{x}{x+1}dx$ $\displaystyle\int \frac{x}{1+x^2}dx$

11/12/2009 (Venerdì ore 9.30–11.00 aula 1–PP1). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

103) Grafici delle funzioni $\ln(e^x - \dfrac{x}{2})$, $\arctan(e^x - \dfrac{|x|}{2})$

104) Trovare α e β per cui la funzione $f(x) = \frac{\log(1+x^2)-\log^2(1+x)-\alpha x^3+\beta x^4}{1-\cos x}$, è $o(x^2)$.

105) Calcolare il limite $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1+\sin x^4}{\cos x+\frac{1}{2}\tan^2 x}\right)^{1/((1+x^4)^{1/8}-1)}$

106) Disporre in ordine di infinito crescente per $x\to+\infty$ le seguenti funzioni e qualora esista trovarne l'ordine rispetto all'infinito campione x

$f_1(x) = \frac{\log(x^2+1)-\log(x)}{\log(2x)}(x^2+x\sin x-\cos x)\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2+1}-x}$, $f_2(x) = \log(\pi+e^{2x})^4$, $f_3(x) = x\log^{19}x$, $f_4(x) = x^{\sqrt{21}\cos\frac{1}{x}}$, $f_5(x) = \log(e^{x^6}+x)$, $f_6(x) = \log(xe^x+2)$, $f_7(x) = (x^2+x^{1/3})(\ln(1+\frac{1}{\sqrt{x}}) - \sin(\frac{1}{\sqrt{x}}+e^{-3x}))$, $f_8(x) = ((x^2+x)^{1/3}-(x^2-x)^{1/3})x$, $f_9(x) = x^{\sqrt{5}\sin\frac{\pi x-1}{2x+1}}$, $f_{10}(x) = \log\tan\frac{\pi x+1}{2x+1}$, $f_{11}(x) = x^{\log[e(1-\frac{1}{x})]}$, $f_{12}(x) = x^{\log[e(1-\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{\log x}})]}$

14/12/2009

107) $\displaystyle\int x^2\ln x dx$,

108) $\displaystyle\int x^2\cos x dx$,

109) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{ax+b}}dx$,

110) $\displaystyle\int \frac{1}{ax^2+bx+c}dx$ con $a\neq 0$ in tutti e tre i casi possibili: 1) $b^2-4ac<0$, 2) $b^2-4ac>0$, 3) $b^2-4ac=0$.

111) $\displaystyle\int \frac{x}{ax^2+bx+c}dx$ con $a\neq 0$ in tutti e tre i casi possibili: 1) $b^2-4ac<0$, 2) $b^2-4ac>0$, 3) $b^2-4ac=0$.

112) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3-1}dx$

113) $\displaystyle\int \frac{1}{x^4-1}dx$

15/12/2009 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

114) Dire quante soluzioni ha l'equazione $\sin x - e^{1/x} = 0$

115) Trovare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x+e^{-x}-2\cos x-2x^2}{(x-\arctan x)^2}$

116) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\Big[(1-\frac{1}{\ln x})^{-\ln x} - (1+x)^{\frac{1}{\sin x}}\Big]\ln\frac{1-\cos x}{\sin x}$

117) Disporre in ordine di infinito crescente per $x\to+\infty$ le funzioni xe^x, $\left(e+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^x$, $(1+x)^{\frac{x}{\ln x}}$

16/12/2009

118) $\int \frac{x}{\sqrt{ax+b}}dx$

119) $\int \frac{1}{x^2(x^2-1)}dx$

120) $\int_0^{19} \sqrt{\frac{3}{5}+\sqrt{\frac{4}{25}+\frac{3}{5}x}}\, dx$

121) $\int_0^{\ln a} \frac{dx}{1+e^x}$

122) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\cos x+\sin x}$

17/12/2009

123) $\int_{-1}^{8} \sqrt{x+\frac{5}{4}+\sqrt{x+1}}dx$

124) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$

125) $\int \sqrt{x^2+a^2}dx$

126) $\int_{-\pi}^{\pi} |\sin x|\sqrt{1+\cos^2 x}dx$

127) Calcolare la derivata della funzione $\int_0^{\varphi(x)} f(x)dx$ sapendo che $F(x)+c=\int f(x)dx$

128) Dire quanto vale $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x^2}\int_0^x \arctan(1-\cos y)dy$

129) Al variare di α dire quanto vale $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x^\alpha}\int_{x^2}^{3x^2} \frac{e^{t^2}+e^{-t^2}-2}{\sin t^3}dt$

21/12/2009

130) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}=\frac{\pi}{2}$

131) Dire per quali valori di a esiste l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan\sqrt{t}}{t^a}dt$

22/12/2009 (Martedì ore 10.50–12.20 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

132) Calcolare il limite $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{e^x+\ln(1-x)-1}{x(e^{x^2}-\cos x)}$

133) Sudiare il grafico della funzione $e^{\frac{1}{2}\sin x}\cos x$

134) Calcolare $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\cos^2 x)(x-\sqrt{x^2+3x+1})}{1+e^{-1/x}-\cos x}$

135) Calcolare l'integrale $\int \frac{dx}{x^4+1}$

136) Calcolare l'integrale $\int \ln(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})dx$

C-51) Si verifichi che l'integrale $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\ln^2 x}$ converge.

07/01/2010

137) Trovare i valori di a per cui il seguente integrale improprio converge $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan\sqrt{t}}{t^a}dt$

138) Dire se converge l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^{2/3})}{e^x-1}dx$

C-52) Stabilire per quali valori di α e β reali converge l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha|\ln x|^\beta}$

11/01/2010

Stabilire la convergenza dei seguenti integrali impropri

139) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln(1+x))^{1+\delta}}$

140) $\displaystyle\int_0^{1/2} \frac{dx}{x(\ln(1+x))^{1+\delta}}$

141) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2}dx$

142) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x}dx$

143) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}\sin\frac{1}{x}dx$

144) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \sin x^\gamma dx$, $\gamma > 1$

C-53) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x(1+\sqrt{x})}$

C-54) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$

C-55) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^{\ln x}}$

C-56) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{1/2} \frac{dx}{x(\ln(x+\sqrt{x}))^a}$ con a qualsiasi.

C-57) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{1/2} x^{(\ln x)^a}dx$ con a qualsiasi.

C-58) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{1} x^{(\ln x)^a}dx$ con a qualsiasi.

C-59) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{1} \frac{dx}{x^{1+\frac{1}{x}}}$

C-60) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{1+\frac{1}{x}}}$

C-61) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(\ln x)^{\ln x}}$

C-62) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\ln x}dx$

C-63) Dimostrare che l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x}dx$ diverge. Suggerimento: usare nell'orine 1) $|\sin x| \geq \sin^2 x$, 2) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, 3) l'integrale 142).

12/01/2010 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

145) Dire se converge l'integrale $\displaystyle\int_{-2}^{+\infty} e^{3x^2+7x} \ln^2(1+e^{-2x^2})dx$

146) Trovare i valori di α per cui converge l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} (2x^\alpha + x^2)^{-1}dx$

147) Trovare i valori di α per cui converge l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^\alpha + (x^2-1)^{1/3}}dx$

148) Calcolare gli integrali $\displaystyle\int_0^{\pi/2} (4\cos x - 3\cos^4 x) \arctan \sin x dx$

Due studenti, a ragione, mi hanno fatto osservare che il presente integrale non sembra facile. Infatti la formulazione corretta era $\displaystyle\int_0^{\pi/2} (4\cos x - 3\cos^3 x) \arctan \sin x dx$ (fonte Callegari). Mi scuso per l'inconveniente.

149) $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{\ln 2} \frac{e^{4x}+1}{e^{2x}}dx$

13/01/2010

150) Divergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k}$

151) Carattere della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} a^k$ al variare di $a \in \mathbf{R}$

152) Carattere della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^p}$ al variare di $p \in \mathbf{R}$.

153) Convergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin k}{k^2}$

154) Divergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} (\frac{1}{k} + \frac{1}{\sqrt{k}})$

155) Divergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} (\frac{1}{k} - \frac{1}{\sqrt{k}})$. In questo caso non si può spezzare la serie ossia $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = +\infty - \infty$

14/01/2010

156) Convergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} (1-\cos\frac{1}{k})$

157) Divergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} (1-\cos\frac{1}{\sqrt{k}})$

158) Convergenza della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k}{2^k}$

159) Convergenza della serie $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k(\ln k)^\alpha}$ per $\alpha > 1$ e divergenza per $\alpha \leq 1$.

18/01/2010

160) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k}$ senza fare ricorso al teorema sulla convergenza delle "serie di Leibnitz".

161) $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{\ln k}$ senza fare ricorso al teorema sulla convergenza delle "serie di Leibnitz".

162) Stabilire il carattere della serie $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k!}{k^k}$

163) Stabilire il carattere della serie $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k!e^k}{k^k}$

C-64) Si dia un esempio di successione di termini positivi $\{a_k\}$ tale che $\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ non esiste ma esiste $\lim_{n\to+\infty} a_k^{1/k}$ ed inoltre converge la serie $\sum a_k$

19/01/2010 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

164) Trovare per quali valori di α converge l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos\frac{1}{x^\alpha}}{(x-3)^{\alpha+\frac{1}{4}}} dx$

165) Dire se converge la serie $\sum \ln \frac{1+n^2}{2+n^2}$

166) Dire se converge la serie $\sum \frac{\sin^2 n}{n^2}$

167) Dire se converge la serie $\sum \frac{1}{n^2 \ln^\alpha (n^2 + e^{\sqrt{n}})}$

168) Calcolare l'integrale $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1+2\sin x+\sin^2 x}{\cos^3 x} dx$

169) Calcolare l'integrale $\int_0^{\frac{4}{3}\pi} \left(\tan^3 \frac{x}{4} + \tan \frac{x}{4}\right) dx$

20/01/2010

C-65) Stabilire se converge la serie $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+3(-1)^k}$

170) Dire se converge e perché la serie $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k-\sqrt{k}}$

C-66) Si dia un esempio di serie non convergente $\sum (-1)^k a_k$ tale che $a_k \to 0$, $a_k \geq 0$.

171) Trovare per quali valori di α converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(\ln(e^{3n}+(e^n)^2))^\alpha}$

172) Stimare attraverso l'uso della formula del "resto di Taylor nella formula di Lagrange" $\sin 1$ a meno di $(10)^{-4}$

21/01/2010

173) Stabilire il carattere della serie $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k^k}{k!e^k}$ (suggerimento: fare il logaritmo di $\frac{k^k}{k!e^k}$ e poi usare il confronto con gli integrali).

174) Stabilire il carattere della serie $\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{3k + k((-1)^k - 1)}$

175) Stimare il numero e a meno di $1/200$.

25/01/2010

176) Calcolare $\int \frac{1}{(1+x^2)^3} dx$

177) Risolvere le equazioni nel campo complesso $z^2 = -4$, $z^3 = 8$, $z^3 = -8$.

C-67) Calcolare il limite $\lim_{n\to+\infty} n^2 \left((1+\frac{1}{n+1})^{n+1} - (1+\frac{1}{n})^n \right)$

26/01/2010 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

178) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio $\int_0^1 \frac{x - \sin x}{\ln^2(1+x^\alpha)} dx$

179) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha + x^{5-\alpha}} dx$

180) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha + x^{5-\alpha}} dx$

181) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio $\int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{x^\alpha} + \frac{1}{x^{5-\alpha}}\right) dx$

182) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{1+x^\alpha} dx$

183) Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Trovare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left|1 + \frac{\alpha}{n}\right|^{n \ln n}$

184) Si dimostri che $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$ converge

185) Si dimostri che $\int_0^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\right) dx$ diverge

186) Si calcoli l'integrale $\int \frac{dx}{1+x^6}$ Suggerimento: per scomporre $1+x^6$ si scriva $1+x^3 = (1+x)(1-x+x^2)$ e $1+x^6 = 1+(x^2)^3 \ldots$

27/01/2010

187) Risoluzione nei complessi della equazione $z^n = w \ w \in \mathbf{C}$

188) Risoluzione delle equazioni: $z^3 = 8$, $z^4 = i$,

189) Calcolo delle due somme $\sum_{k=1}^{n} \sin kx$, $\sum_{k=0}^{n} \cos kx$,

28/01/2010

190) Risolvere l'equazione $z^4 = -1$.

191) Dato il numero complesso $z = x + iy = |z|e^{i\varphi}$, determinare l'argomento φ in termini di x e y.

192) Dire se converge o meno l'integrale $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{\sin x}{\ln x} dx$

193) Dire se converge o meno l'integrale $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{|\sin x|}{\ln x} dx$

01/02/2010

194) Dire per quali a converge e per quali diverge l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^a \sin x dx$

195) Calcolare $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(x+1)^{3/2}} dx$

02/02/2010 (Martedì ore 9.30–11.00 aula T7). Esercitazioni aggiuntive rispetto al normale orario di lezione.

196) Studiare il garfico della funzione $F(x) = \displaystyle\int_1^{x} \frac{t-1}{(t^2+t^{1/8})(\ln(1+\sqrt{t}))^{3/4}} dt$

197) Trovare il dominio della funzione $F(x) = \displaystyle\int_1^{x} \frac{e^{-x}}{x-\sqrt{x}-2}$

198) Dire per quali α converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{(\ln(n^n+e^{n^2}))^\alpha}$

199) Calcolare il limite C-43

03/02/2010

200) Disporre in ordine di infinito crescente le successioni
$a_n = (n+2e^{-n})^{\ln n}$, $b_n = \sqrt{n+3\sqrt{n}\sin n}$, $c_n = (\ln n)^{3\sqrt{n}}$

201) Calcolare $\displaystyle\int_{(e-1)^2}^{(e^2-1)^2} \frac{dx}{2+\sqrt{4x}}$

202) Dire per quali valori di α converge la serie $\displaystyle\sum \frac{n}{(\ln(n!)^2+n^{2n})^\alpha}$

203) Calcolare $\displaystyle\int \sqrt{x^2+x}$

04/02/2010 Ultimo giorno di lezione.

204) Dire per quali α converge l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \left(\frac{2}{1+\alpha^2}\right)^x dx$

205) Dire per quali α converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\cos\frac{1}{n}\right)^{n^\alpha}$

206) Calcolare $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{x-5}{(x-1)(x^2+5)} dx$

207) Dire per quali valori di α è invertibile la funzione $-xe^{1-x^2}+\alpha x$

208) Dire se converge e perché la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{\ln n}-n+\ln(1+n)}$

209) Dire per quali α converge la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\alpha^n}{n^n}$

210) L'esercizio C-40