

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Corso di Ingegneria Online, A.A.2011–2012

Analisi Matematica I — Prova scritta del 09.02.2012

Per l' esame da 12 crediti: svolgere tutti gli esercizi (tempo 180 minuti)

Per l' esame da 10 crediti: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 7 (tempo 150 minuti)

Per l' esame da 5 crediti, solo seconda parte: svolgere gli esercizi 3,4,5,6 (tempo 100 minuti)

1. Si calcoli lo sviluppo di Taylor all'ordine 10 centrato nell'origine della funzione

$$f(x) = \sin(x \ln(1+x))$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x}$$

(1) Trovare il dominio di  $f$  detto  $D$ , (2) eventuali asintoti, (3) monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, (4) eventuali punti di non derivabilità, (5) concavità, convessità, (6) disegnare un grafico della funzione

3. Si trovi per quali valori di  $\alpha$  converge l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^\alpha + (x^3 - 1)^{1/3}}$$

4. Si risolva la equazione  $z^2 - 3z + 3 + i = 0$ .

5. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + y = x \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

6. Studiare la convergenza della serie seguente al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( n^3 - \sqrt[4]{n^{12} + n^\alpha + 1} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{1}{n^\alpha} \right)$$

7. Si trovino calcolino le derivate parziali della funzione  $f(x, y) = \ln(x^2 + e^{\sin(xy)\cos y})$

**Punteggi**

**12 crediti** Valgono rispettivamente 5, 7, 4, 4, 4, 5, 5

**10 crediti** Valgono rispettivamente 6, 8, 5, 5, 4, 6

**5 crediti** Valgono rispettivamente 8, 9, 8, 9