UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA" — FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Ingegneria Online, A.A.2010–2011

Analisi Matematica I — Prova scritta del 16.04.2011

Per **l' esame da 12 crediti**: svolgere tutti gli esercizi (tempo 180 minuti)
Per **l'esame da 10 crediti**: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 8 (tempo 150 minuti)
Per **l'esame da 5 crediti, solo seconda parte**: svolgere gli esercizi esercizi 4,5,6,7, (tempo 100 minuti)

1. Si determinino $a_0, \ldots, a_6$ in modo che la funzione $f(x) = (\cos x)^{\sin x} + a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6$ sia $o(x^6)$ per $x \to 0$

2. Sia data la funzione
$$f(x) = \begin{cases} x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left|\frac{5}{x} + x - 6\right| & x > 0 \end{cases}$$
(1) Trovare il dominio di f detto D, (2) eventuali asintoti, (3) dire in quali punti la funzione è continua, (4) monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, (5) eventuali punti di non derivabilità, (6) studiare la concavità (7) disegnare un grafico qualitativo.

3. Si calcolino le seguenti derivate: $f'(e)$, $g'(\frac{\pi}{4})$, $h'(e)$ dove $f(x) = (\ln x)^{\ln x - x}$, $g(x) = (\tan x)^{2x \cos x}$, $h(x) = (x \ln x)^{\frac{2x}{\ln x}}$,

4. Si dica che relazione deve intercorrere fra α e β affinché converga l'integrale
$$\int_1^{+\infty} (1 - \cos \frac{1}{x^\alpha}) \ln^\beta (1 + e^x) dx$$

5. Sia $x = arg(z)$ dove $z \in \mathbf{C}$. Si disegni sul piano (x, iy) l'insieme dei numeri complessi che soddisfa la relazione
$$(|z| - 1)(16x^2 - 24\pi x + 5\pi^2) \geq 0$$

6. Si risolva l'equazione differenziale
$$\begin{cases} y'(x) = 2xy \ln(1 + x^2) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

7. Si trovino i valori di α per cui converge la serie e dire se trattasi di convergenza semplice o assoluta.
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^\alpha + \ln^2 k}$$

8. Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica argomentando se ammette limite $(x, y) \to (0, 0)$
$f_1 = \dfrac{e^{\sin(xy)} - 1}{x^2 + y^2}$, $\quad f_2 = \dfrac{\tan(\sqrt{x}\tan x)}{|x| + |y|}$, $\quad f_3 = \dfrac{x^8 + y^8}{x^2 - y^2}$

Punteggi

12 crediti Valgono tutti 4 punti tranne il num.1 e num.2 che valgono 5 punti

10 crediti Valgono tutti 5 punti tranne il num.7 che vale 4 punti

5 crediti Es.4)–8, Es.5)–9, Es.6)–9, Es.7)–8