

UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA" — FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Corso di Ingegneria Online, A.A.2010–2011

Analisi Matematica I — Prova scritta del 17.09.2011

Per l' esame da 12 crediti: svolgere tutti gli esercizi (tempo 180 minuti)

Per l' esame da 10 crediti: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 7 (tempo 150 minuti)

Per l' esame da 5 crediti, solo seconda parte: svolgere gli esercizi esercizi 3,4,5,6 (tempo 100 minuti)

1. Si determinino  $a_0, \dots, a_3$  in modo che la funzione  $f(x) = (1 + \ln(1 + x))^{e^x} + a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  sia  $o(x^3)$  per  $x \rightarrow 0$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{|\cos x(1 - \cos x)|}$$

(1) Trovare il dominio di  $f$  detto  $D$ , (2) eventuali asintoti, (3) dire in quali punti la funzione è continua, (4) monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, (5) eventuali punti di non derivabilità, (6) disegnare un grafico qualitativo facendo attenzione all'andamento della derivata nell'intorno dei punti in cui la funzione si annulla.

3. Si dica che relazione deve intercorrere fra  $\alpha$  e  $\beta$  affinché converga l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \left( \ln\left(x + \frac{1}{x}\right) \right)^\alpha (\ln(1 + e^x))^\beta dx$$

4. Posto  $z_0 = 1 + \sqrt{3}i$ , trovare le radici quarte complesse di  $w_0 \doteq \frac{4}{z_0}$  ossia le soluzioni della equazione  $z^4 = w_0$

5. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y = x \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

6. Studiare la convergenza della serie seguente al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( n^3 - \sqrt{n^6 + n^\alpha + 1} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{1}{n^3} \right)$$

7. Si trovino i punti in cui la seguente funzione è continua. Inoltre si calcolino le seguenti funzioni:  $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$ , dove  $f(x, y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  se  $(x, y) \neq (0, 0)$  e  $f(0, 0) = 0$

## **Punteggi**

**12 crediti** Valgono rispettivamente 5, 7, 4, 4, 4, 5, 5

**10 crediti** Valgono rispettivamente 6, 8, 5, 5, 4, 6

**5 crediti** Valgono rispettivamente 8, 9, 8, 9