

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Ingegneria Online, A.A.2010–2011

Analisi Matematica I — Prova scritta del 22.02.2011

Per l' esame da 12 crediti: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 7 (tempo 180 minuti)
Per l' esame da 10 crediti: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 7 e 8 (tempo 150 minuti)
Per l' esame da 5 crediti, solo seconda parte: svolgere gli esercizi esercizi 3,4,5,6,7, (tempo 100 minuti)

1. Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln x) - \ln x + \frac{1}{6}(x-1)^3 + e^{-1/(x-1)^2}}{(\cos(\ln x) - e^{x-1} + \ln x)^2}$ scrivendo tutti i passaggi che si ritengono necessari

2. Sia data la funzione

$$f(x) = 2x + \arctan \frac{x+1}{x-2}.$$

(1) Trovare il dominio di f detto D , (2) eventuali asintoti, (3) dire in quali punti la funzione è continua, (4) monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, (5) eventuali punti di non derivabilità, (6) studiare la concavità (7) disegnare un grafico qualitativo.

(8) si calcoli la derivata della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $x = -2$.

9) si dica giustificando se la funzione $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ verifica il “teorema dei valori intermedi”.

3. Al variare di $b \in \mathbb{R}$ si calcoli l'integrale

$$\int_b^{+\infty} \frac{1}{x^2 - bx + 1} dx$$

4. Dire giustificando per quali valori di $a > 0$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(x^3 - x)e^x}{(e^x - 1)^a} dx.$$

5. Si trovi l'insieme in cui converge la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} x^n \frac{4^n + 2^n}{n}, \quad x \in \mathbb{R}$$

6. Siano dati i numeri complessi $z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcolare $z_1^n + z_2^n$ con n intero
7. Siano z_0, z_1, \dots, z_{n-1} , le soluzioni della equazione $z^n = 1$ (le radici dell'unità). Si dica quanto valgono a) $\prod_{k=0}^{n-1} z_k \doteq z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdots z_n$, b) $\sum_{k=0}^{n-1} z_k$.
8. Sia data la seguente funzione $f(x, y) = 5xy^2 + 5yx^2 + y^2 + x^2$. Si trovino i punti critici e se ne stabilisca la natura

Punteggi

12 crediti Es.1)–6, Es.2)–6, Es.3)–5, Es.4)–5, Es.5)–4, Es.6)–4, Es.8)–6

10 crediti Es.1)–7, Es.2)–7, Es.3)–6, Es.4)–6, Es.5)–5, Es.6)–5,

5 crediti Es.3)–8,2, Es.4)–7,2, Es.5)–6,2, Es.6)–6,2, Es.7)–8,2