

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA” — FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Ingegneria Online, A.A.2010–2011

Analisi Matematica I — Prova scritta del 30.07.2011

Per l' esame da 12 crediti: svolgere tutti gli esercizi (tempo 180 minuti)

Per l' esame da 10 crediti: svolgere tutti gli esercizi tranne il numero 7 (tempo 150 minuti)

Per l' esame da 5 crediti, solo seconda parte: svolgere gli esercizi esercizi 3,4,5,6 (tempo 100 minuti)

1. Si determinino a_0, \dots, a_3 in modo che la funzione $f(x) = (1 + \ln(1+x))^{\cos x} + a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ sia $o(x^3)$ per $x \rightarrow 0$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{|\sin x(1 - \sin x)|}$$

(1) Trovare il dominio di f detto D , (2) eventuali asintoti, (3) dire in quali punti la funzione è continua, (4) monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo/assoluto, (5) eventuali punti di non derivabilità, (6) disegnare un grafico qualitativo facendo attenzione all'andamento della derivata nell'intorno dei punti in cui la funzione si annulla.

3. Si dica che relazione deve intercorrere fra α e β affinché converga l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x^\alpha}\right) \ln^\beta(1 + e^x) dx$$

4. Posto $z_0 = \frac{1+i}{8-8i}$, trovare le radici terze complesse di z_0 ossia le soluzioni della equazione $z^3 = z_0$.

5. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y'(x) = 2xye^{x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

6. Studiare la convergenza semplice e assoluta delle serie seguenti.

$$(i) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{n^2 + \sin n}{n^3} \right) \quad (ii) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(n^3 - \sqrt{n^6 + n^4 + 1} \right) \sin \left(\frac{1}{n^3} \right).$$

7. Per ciascuna delle seguenti funzioni si dica argomentando se ammette limite $(x, y) \rightarrow (0, 0)$

$$f_1 = \frac{\left(e^{\sin(\sqrt{|xy|})} - 1 \right)^2}{x^2 + y^2}, \quad f_2 = \frac{\tan(x \tan \sqrt{x})}{|x| + |y|}, \quad f_3 = \frac{x^6 + y^6}{x^2 - y^2}$$

Punteggi

12 crediti Valgono rispettivamente 5, 7, 4, 4, 4, 5, 5

10 crediti Valgono rispettivamente 6, 8, 5, 5, 4, 6

5 crediti Valgono rispettivamente 8, 9, 8, 9