

Analisi II per Ingegneria Online
09-02-2012 A.A. 2011/2012, Primo scritto

3 ore. Chi ha 9CFU svolga gli esercizi da uno a otto tranne il quattro e il numero sette; 5 punti i punti per ogni domanda tranne la numero 8 che vale 7. Chi ha 10CFU svolga gli esercizi da uno a sette. 4 punti per ogni domanda tranne la numero sette che vale 6

Nome(Stampatello)

Cognome(Stampatello)

Matricola

1) Sia data la funzione $f(\underline{x}) = \begin{cases} \frac{x^3 + 2y^3}{x^2 + y^4} & \underline{x} \neq \underline{0} \\ 0 & \underline{x} = \underline{0} \end{cases}$ Si trovino i punti in cui è : i) continua,

ii) derivabile e si calcolino le derivate parziali, iii) Si trovino i punti in cui la funzione è differenziabile, iv) la derivata direzionale nella direzione $(1, 1)$. Si svolgano tutti i calcoli necessari che vanno allegati al compito. **Sbagliare una delle derivate richieste al punto ii), comporta l'annullamento del compito**

2) Sia data la seguente funzione $f(x, y) = -x^3 + y^2 + xy - y$. Si trovino i punti critici e se ne stabilisca la natura

3) Si calcoli l'area della superficie definita dalle condizioni: $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ e $z^2 \leq 4x^2 + \frac{y^2}{4}$

4) Si calcoli l'integrale curvilineo $\oint_{\gamma} \omega$ esteso alla curva $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ e $z = 4x^2 + \frac{y^2}{4}$ dove $\omega = \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2} + xdz$

5) Sia dato il campo vettoriale in $\mathbf{R}^3$, $\underline{F}(\underline{x}) = (4x^2 + y^2 - 4)\underline{i} + \sqrt{4x^2 + \frac{y^2}{4}}\underline{j} + e^{xy}\underline{k}$. Se ne calcoli il flusso attraverso la superficie definita nel precedente esercizio.

6) Siano date le seguenti successioni di funzioni: $f_n(x) = xe^{-nx^2}$, $g_n(x) = xe^{-n+x^2}$. i) Si dimostri che convergono puntualmente in $\mathbf{R}$, ii) Si dica se la convergenza è uniforme in $[-N, N]$ con N intero positivo arbitrario. iii) si dica se la convergenza è uniforme su $\mathbf{R}$

7) Si calcoli $\int_{\varphi} \omega$ dove $\omega = \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + y^2}(1 + x^2 + y^2)} + \frac{y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}(1 + x^2 + y^2)} + (3x + 2y)dz$; φ è la curva data da $\{z = x^2 + y^2\} \cap \{z = 2x + 2y + 1\}$ e percorsa in modo tale che la sua proiezione sul piano (x, y) sia a sua volta percorsa in senso antiorario.

8) Si risolva la seguente equazione differenziale

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = \cos x & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = -\cos x, & u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$