UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA" — FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Corso di Ingegneria Online, A.A.2010–2011

Analisi Matematica II — Prova scritta del 17.09.2011

Per **l'esame da 10 crediti**: svolgere tutti gli esercizi (tempo 180 minuti)
Per **l'esame da 5 crediti, solo seconda parte (ex analisi IV)**: svolgere gli esercizi 5,6,7, (tempo 100 minuti)
Per **l'esame da 5 crediti, solo prima parte (ex analisi III)**: svolgere gli esercizi 1,2,3,4 (tempo 100 minuti)

1. Si consideri la funzione $f(x,y) = 2y^4 + xy + \dfrac{x^2 y}{4}$

   1.1) Si individuino i punti critici. Successivamente se ne stabilisca la natura.

   1.2) Si trovino massimo e minimo assoluti della funzione all'interno del triangolo di vertici $(-1,-1), (1,1), (-1,1)$ (lati compresi).

2. Usando il teorema delle funzioni implicite si trovi il piano tangente $z = ax + by + c$ alla funzione definita implicitamente dalla relazione $(\ln x)^y + y^{e^{2z}} + e^{2z \ln x} - 3 = 0$ nel punto $(e, 1, 0)$

3. Si calcoli il volume del solido racchiuso tra il paraboloide $z = (x^2 + y^2)$ e il piano (x, y) con la condizione $x^2 \le y \le 1 - |x|$.

4. Si valuti l'integrale $\int_\varphi \omega$ dove $\omega = (2xe^{xy} + yx^2 e^{xy} + x)dx + x^3 e^{xy} dy$ e φ è la curva $x = \theta \cos(2\theta)$, $y = \theta \sin(2\theta)$, $0 \le \theta \le \pi$

5. Si risolva l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y = x \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

6. Si scriva le serie di Fourier della funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, 2π–periodica, dispari, che nell'intervallo $[0, \pi]$ è data da

$$\begin{cases} \sin x + \cos x & 0 < x < \pi/2, \\ 0 & \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$$

   Si dica argomentando se la convergenza è uniforme.

7. Si considerino le tre successioni di funzioni $f_n(x) = \dfrac{x^{1/n}}{n^n}$, $g_n(x) = \dfrac{x}{n^{1/n} + |x|}$, $h_n(x) = \dfrac{x^n}{x^2 + n}$

7.1) Per ciascuna di esse si individuino gli insiemi di convergenza puntuale.

7.2) Si dica argomentando per quale $n \in \mathbb{N}$ ciascuna delle precedenti successioni converge uniformemente nell'insieme $[-n, n]$

7.3) Si dica argomentando se se esiste almeno un insieme illimitato (eventualmente diverso per ciascuna delle funzioni) in cui la convergenza è uniforme.

Punteggi

10 crediti I punteggi sono rispettivamente 7, 3, 4, 5, 3, 7, 7

5 crediti prima parte (ex Analisi III) I punteggi sono rispettivamente 9, 8, 8, 9

5 crediti seconda parte (ex Analisi IV) I punteggi sono rispettivamente 8, 13, 13