

CORSO DI LAUREA IN ING. GESTIONALE  
ANALISI MATEMATICA 4. ESAME 04.02.2009

Giustificare le risposte, enunciando esplicitamente i teoremi generali utilizzati.

Cognome:	1	
	2	
Nome:	3	
	4	
Corso di Laurea:	5	
	TOTALE	

Versione G

**Esercizio G1.** Data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} \sin^2 x + 1, & |x| < \frac{\pi}{2}, \\ \sin^2 x, & \frac{\pi}{2} \leq |x| \leq \pi, \end{cases}$$

sia  $f$  il suo prolungamento  $2\pi$ -periodico.

- a. [punti 5] Tracciare il grafico di  $f$ , e determinare i coefficienti di Fourier di  $f$ .
- b. [punti 1] Che errore si commette se per calcolare  $f(\frac{\pi}{2})$  si usa la serie di Fourier?

**Svolgimento:**

**Esercizio G2.** [punti 6] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{\frac{1+y}{1+x^2}} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

**Svolgimento:**

**Esercizio G3.** Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (5 + n!) \left( \frac{x-4}{x} \right)^{n^2}$$

- [punti 3] determinare l'insieme di convergenza assoluta,
- [punti 3] determinare se la serie converge uniformemente in  $[3, 5]$ .

**Svolgimento:**

---

Cognome e Nome:

**Esercizio G4.** [punti 6] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \sin t \\ y(0) = 2, y'(0) = 1. \end{cases}$$

**Svolgimento:**

**Esercizio G5.** Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt{\sin^2 x + \frac{1}{n}}$$

- a. [punti 1] determinare il limite puntuale  $f$ ,
- b. [punti 4] verificare se  $\{f_n\}$  converge uniformemente a  $f$  in  $[0, 2\pi]$ ,
- c. [punti 2] determinare il generico intervallo di convergenza uniforme di  $\{f_n\}$ .

**Svolgimento:**

---

Cognome e Nome:

CORSO DI LAUREA IN ING. GESTIONALE  
ANALISI MATEMATICA 4. ESAME 16.02.2009

Giustificare le risposte, enunciando esplicitamente i teoremi generali utilizzati.

Cognome:	1	
	2	
Nome:	3	
	4	
Corso di Laurea:	5	
	TOTALE	

Versione G

**Esercizio G1.** Data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} 2x, & |x| < \pi/2, \\ 0, & \pi/2 \leq |x| \leq \pi \end{cases}$$

sia  $f$  il suo prolungamento  $2\pi$ -periodico.

- a. [punti 5] Tracciare il grafico di  $f$ , e determinare i coefficienti di Fourier di  $f$ .
- b. [punti 1] Che errore si commette se per calcolare  $f(\frac{\pi}{2})$  si usa la serie di Fourier?

**Svolgimento:**

**Esercizio G2.** [punti 6] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y-2}{\sqrt{t}} \\ y(1) = -1. \end{cases}$$

**Svolgimento:**

**Esercizio G3.** [punti 6] Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{5^n - 4^n} \frac{x^n}{n}$$

determinare gli insiemi di convergenza puntuale (o semplice), assoluta, uniforme.

**Svolgimento:**

---

Cognome e Nome:

**Esercizio G4.** [punti 6] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 5y' + 6y = e^{-2t} + t \\ y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{cases}$$

**Svolgimento:**

**Esercizio G5.** Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \operatorname{arctg}(nx)$$

- a. [punti 1] determinare il limite puntuale  $f$ ,
- b. [punti 4] verificare se  $\{f_n\}$  converge uniformemente a  $f$  in  $[1, 2]$ ,
- c. [punti 2] determinare il generico intervallo di convergenza uniforme di  $\{f_n\}$ .

**Svolgimento:**

---

Cognome e Nome:

CORSO DI LAUREA IN ING. GESTIONALE  
ANALISI MATEMATICA 4. ESAME 08.07.2009

Giustificare le risposte, enunciando esplicitamente i teoremi generali utilizzati.

Cognome:	1	
	2	
Nome:	3	
	4	
Corso di Laurea:	5	
	TOTALE	

Versione G

**Esercizio G1.** Data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} -x^2 - 1, & -\pi < x < 0, \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

sia  $f$  il suo prolungamento  $2\pi$ -periodico.

- a. [punti 5] Tracciare il grafico di  $f$ , e determinare i coefficienti di Fourier di  $f$ .
- b. [punti 1] Che errore si commette se per calcolare  $f(\pi)$  si usa la serie di Fourier?

**Svolgimento:**

**Esercizio G2.** [punti 6] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1 + y^2)f(t) \\ y(-1) = 1, \end{cases} \quad f(t) := \begin{cases} \frac{1}{t}, & t < -\frac{1}{2}, \\ 4t, & t \geq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

**Svolgimento:**

**Esercizio G3.** Data la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log(1 + n|x|^n)$$

- [punti 2] determinare gli insiemi di convergenza puntuale (o semplice) e assoluta,
- [punti 2] verificare se la serie converge uniformemente in  $[0, \frac{1}{3}]$ ,
- [punti 2] determinare il generico intervallo di convergenza uniforme della serie.

**Svolgimento:**

---

Cognome e Nome:

**Esercizio G4.** [punti 6] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = e^{-t} \log t \\ y(1) = -\frac{1}{2e}, y'(1) = 0. \end{cases}$$

**Svolgimento:**

**Esercizio G5.** Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{n+2}{n+x^2}$$

- [punti 1] determinare il limite puntuale  $f$ ,
- [punti 3] verificare se  $\{f_n\}$  converge uniformemente a  $f$  in  $[-1, 1]$ ,
- [punti 2] determinare il generico intervallo di convergenza uniforme di  $\{f_n\}$ .

**Svolgimento:**

---

Cognome e Nome: