Compito di Analisi Matematica III, Ingegneria Online (del 23–12–09)

150 minuti di tempo, 7 punti per ogni esercizio.

Problema 1 Si calcoli il volume compreso fra i due paraboloidi $z = x^2 + y^2 + 2x + 2$ e $z = -x^2 - y^2 - 2x + 1$

Problema 2 Si calcoli l'area della superficie definita da $z = x^2 + y^2 + 2x + 2$ e $z \leq -x^2 - y^2 - 2x + 1$

Problema 3 Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\underline{V}(\underline{x}) = -2y\underline{i} + 2(x+1)\underline{j} + z(x+1)y\underline{k}$ verso l'esterno della superficie laterale definita da $z = x^2 + y^2 + 2x + 2$ e $z < -x^2 - y^2 - 2x + 1$

Problema 4 Si calcoli l'integrale curvilineo $\int_{\gamma} \omega$ dove γ è la curva il cui sostegno è dato dall'insieme $z = x^2 + y^2 + 2x + 2$ e $z = -x^2 - y^2 - 2x + 1$. La curva è percorsa in modo che la sua proiezione sul piano (x, y) è percorsa in senso antiorario. Inoltre $\omega = (\frac{1}{3}x^3 + x^2 + x + \frac{1}{3} - 2xy^2 - 2y^2)dy - (xy + y)dz$

Si consiglia di applicare il Teorema di Stokes

Problema 5 Si dica che relazione deve intercorrere fra le quantità positive δ_o e δ_1 affinché sia uguale a **zero** la **ascissa** del baricentro di un filo disposto lungo il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + L & -2L \leq x \leq 0 \\ L - \frac{x^2}{2L^2} & 0 \leq x \leq 2L \end{cases} \quad \text{ed avente densità } \delta(x, y) = \begin{cases} \delta_o|x| & -2L \leq x \leq 0 \\ \delta_1|y| & 0 \leq x \leq 2L \end{cases}$$

Per i valori così trovati di δ_o e δ_1 si calcoli l'ordinata del baricentro.

Per i problemi 1)–4) è consigliabile (non obbligatorio) guardare attentamente le equazioni dei due paraboloidi prima di effettuare qualsiasi conto