

Esercizi

1. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2y(x) = 3e^{-2x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = xe^{-x^2} \\ y(1) = e^{-1} \end{cases}$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \tan(x)y(x) = \frac{1}{\cos x} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

4. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{x} = 2 \arctan x \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1+x^4)y'(x) + 4x^3y(x) = 4x^3 \\ y(0) = 5 \end{cases}$$

e determinare $y(1)$.

6. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x^2 \sin x \, dx.$$

7. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{x} = e^x \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

e calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} xy(x)$.

8. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

9. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 5y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

10. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

11. Risolvere il problema

$$\begin{cases} y^{(4)}(x) + 8y'(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 1 \end{cases}$$

12. Risolvere l'equazione

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = xe^x.$$

13. Sia $y(x)$ una soluzione dell'equazione

$$y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 27x.$$

Calcolare l'eventuale asintoto di $y(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.

14. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) = x^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

15. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - y'(x) - 2y(x) = -3e^{-x} - 2e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

16. Quali delle seguenti funzioni

$$y_a(x) = e^x(2x + 3), \quad y_b(x) = e^x(x^4 - x), \quad y_c(x) = e^x(x^5 + 2), \quad y_d(x) = e^x(2x^4 + 3)$$

sono soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 24e^x x^2 ?$$

17. Sia $y(x)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 8e^x - 5 \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 2 \end{cases}.$$

Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}y(x)$.

18. Sia $y(x)$ soluzione del problema

$$\begin{cases} y^{(4)}(x) - y(x) = 2e^{-2x} + 6x - 7 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)/x^2 = 0 \end{cases} .$$

Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)/x$.

19. Sia $y(x)$ soluzione del problema

$$y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = xe^x.$$

Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}y(x)/x$.

20. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = x/y(x) \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

21. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(x)y'(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} y(x) = 0 \end{cases}$$

Quante sono le soluzioni?

22. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

23. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy'(x) + e^{-y(x)} = 1 \\ y(1) = \log 5 \end{cases} .$$

24. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -6 + 5y(x) - y^2(x) \\ y(1) = 4 \end{cases}$$

e calcolare l'eventuale asintoto della soluzione $y(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.

25. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = 2x(1 + y^2(x)) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

26. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{9 \arctan(x)}{y(x)} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

e calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)/\sqrt{x}$.

27. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x}{x^2 + 2} \cdot (\sin(y(x)))^3 \\ y(0) = 3\pi \end{cases}$$

28. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \log(x) \cdot y(x) \\ y(1) = -e \end{cases}$$

e calcolare $y(e)$.

29. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = x^2 \cdot (2e^{-y(x)} - 1) \\ y(0) = \log 3 \end{cases}.$$

Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

30. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = 3 \cos^2(x) \sin(x) \cdot y(x)^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

31. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy'(x) + y(x) = x^2 \sin(x^3) \\ y(\sqrt[3]{2\pi}) = 0 \end{cases}.$$

Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} y(x)/x^5$.

32. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = -\log(x)e^{-y(x)}/x \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow (e\sqrt{2})^-} y(x)$.

33. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{2x-3y(x)} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

e quindi calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)/x$.

34. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (x - 1) \cdot (y(x) - 1) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

35. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{3}{3x+1} \cdot \frac{2 - e^{y(x)}}{e^{y(x)}} \\ y(0) = \log 3 \end{cases}$$

e determinare $y(1)$.

36. Sia $y(x)$ la soluzione del problema

$$\begin{cases} y'(x) - 5y(x) + 6 = -y^2(x) \\ y(1) = 4 \end{cases} .$$

Determinare l'eventuale asintoto di $y(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.