

Esercizi

1. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{3^{2n}}.$$

2. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 4^n - 2 \cdot 5^n}{20^{n-1}}.$$

3. Determinare la frazione corrispondente al numero decimale

$$0.7\overline{4} = 0.74444 \dots.$$

4. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

5. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1}.$$

6. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^2 - n^3 \sin \frac{1}{n} \right)^n.$$

7. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\arctan(\sin n))^n.$$

8. Trovare il dominio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^n$$

e determinarne la somma per $x = \frac{1}{4}$.

9. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - (-2)^n}{6^n}.$$

10. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + (-5)^n}{n5^n}.$$

11. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^2 + \log n}{n^a \log(n+1)}}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

12. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(n^4 + n^3) - 4 \log n}{n^a (\log(n! + n^n))^2}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

13. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n \left(e^{1/n^{5a}} - \cos(1/n^{2a}) \right)}{\log((n \log n)^n + n^{n \log n})}$$

al variare del parametro $a > 0$.

14. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + 3^n)^2 + 5^n}{(1 + 5^n)^2 + 9^n} \cdot x^n.$$

15. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \cdot x^n.$$

16. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)^n \cdot n!}{(2n)!} \cdot x^n.$$

17. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2} \cdot x^{4n}.$$

18. Calcolare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{(n+5)! + 6(n+1)!}{(n+5)! + 4(n+2)!} \right)^{n^4} \cdot x^n.$$

19. Determinare il dominio della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{n+1}{n}} - \sqrt{\frac{n}{n+1}} \right) \cdot x^n.$$

20. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n} \right).$$

21. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 4^{n+1}}.$$

22. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n - 2}{2^n}.$$

23. Determinare il dominio di convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 4n + 5) \left(\log \left(\frac{e}{1 + |x|} \right) \right)^n.$$

24. Determinare il dominio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 - (-1)^n}{2 + (-1)^n} \cdot x^n.$$

Quanto vale la somma se x appartiene a tale dominio?

25. Determinare il dominio di convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \log \left(1 + \frac{2}{n} \right) \cdot (1 - |x|)^n.$$

26. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2/3)^n - (1+i)^n}{2^{n-1}}.$$

27. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \min \left(ne, \frac{4e}{n+1} \right) \frac{(-1)^n}{n!}.$$

28. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}.$$

29. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(n^2-1)3^n - (n-1)!}{(n+1)!} \right).$$

30. Determinare il dominio di convergenza e la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x}{1+x} \right)^n.$$

31. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\cos(n\pi/4))^2}{2^n}.$$

32. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+5}{3^n}.$$

33. Determinare il dominio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} \left(\frac{\sin(2x) + \cos(3x)}{x^2 + 1} \right)^{2n}.$$

34. Sapendo che

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6},$$

calcolare

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$