

1. Si determini l'integrale generale del seguente sistema differenziale

$$Y' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} Y.$$

2. Si determini la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x-y} + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

e si dica qual è il suo dominio di definizione.

(sugg: si semplifichi l'equazione ponendo $z(x) = f(x, y(x))$ con f una opportuna funzione)

3. Si calcoli il flusso del campo vettoriale

$$\int_{\Sigma} \vec{F} \cdot \vec{n}, \quad \vec{F}(x, y, z) = (xz^2, yz^2 - z^2, z)$$

dove Σ è la superficie

$$x^2 + y^2 - 2y = 3, \quad x \geq 0 \quad 0 \leq z \leq 2$$

ed \vec{n} è orientata in modo che $n_x \geq 0$.

4. Si calcoli il flusso uscente del campo vettoriale dell'esercizio precedente dalla sfera di centro $(1, 1, 0)$ e raggio 1.