

# **Corso di Laurea Magistrale in MATEMATICA PURA ED APPLICATA**

## **(LM-40 Matematica)**

### **INFORMAZIONI**

Segreteria didattica: Sig.ra Laura Filippetti, tel. 06 72594839

Coordinatore corso di laurea magistrale: Prof. Stefano Trapani

Sito web: <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/>

E-mail [dida@mat.uniroma2.it](mailto:dida@mat.uniroma2.it)

Il Corso di Laurea in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle Lauree Magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007 “Determinazione delle classi di laurea”) ed afferisce al Dipartimento di Matematica (DM). La durata del Corso di Laurea è normalmente di due anni.

Il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata (MPA) si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la formazione matematica di ciascuno studente. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.

Il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.

Oltre ad avere un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, i laureati magistrali in MPA devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari. Lo studente viene altresì sollecitato ad acquisire un contatto diretto con la letteratura matematica, anche a livello di ricerca, e ad affinare le capacità individuali di orientarsi nella consultazione di testi e nella creazione di bibliografie sia in italiano che in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Grazie alla sua formazione, il laureato magistrale in MPA potrà, a seconda dei casi, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Grazie alle conoscenze e alle competenze acquisite, ivi inclusa la mentalità flessibile e l'esperienza accumulata nell'analisi e soluzione di problemi, i laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata

potranno disporre di un'ampia gamma di sbocchi occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza quali, ad esempio,

- . • l'elaborazione e l'analisi di modelli a supporto dei processi industriali;
- . • l'analisi statistica dei dati;
- . • l'insegnamento;
- . • la diffusione della cultura scientifica;
- . • l'avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
- . • l'informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento dei laureati anche in professioni o campi di studio differenti. Un'analisi recente dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia si può trovare sul sito: <http://mestieri.dima.unige.it/>.

Per conseguire la Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata lo studente deve aver acquisito almeno 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività didattiche. L'attività formativa prevede insegnamenti teorici e pratici suddivisi in moduli didattici caratterizzanti, moduli didattici di materie affini o integrative, moduli didattici concernenti attività formative complementari. I risultati della preparazione vengono verificati nel corso di prove individuali di esame e nell'ambito dell'elaborazione della prova finale. Tutti i percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. La ripartizione delle attività formative per il Corso di Laurea Magistrale in Matematica pura ed Applicata è contenuto nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile alla pagina <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/regole.php> del sito del corso di Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata

La prova finale per il conseguimento della Laurea Magistrale richiede la stesura di una tesi elaborata in modo originale dallo studente, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. La scelta dell'argomento della tesi deve essere concordata con un docente scelto dallo studente, che svolge le funzioni di relatore. La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale del laureando in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica mostrate dal candidato.

I crediti relativi alle attività didattiche caratterizzanti, affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici, e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definiti dal Consiglio di Corso di Laurea. I crediti relativi alle attività a scelta dello studente, così come i crediti relativi alle attività art.10, comma 5 lett. d, vengono normalmente acquisiti da parte dello studente mediante la frequenza di insegnamenti scelti, mediante la formulazione di un piano di studi, nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica (CDM). Modalità diverse di acquisizione di tali crediti proposte dallo studente verranno valutate dal CDM in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto.

### **Schema del piano di studio**

Attività formative caratterizzanti 44 CFU

Formazione affine ed integrativa 28 CFU  
Formazione a scelta 16 CFU  
Prova finale 27 CFU  
Altre attività formative (ulteriori attività formative  
art.10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività Formative Caratterizzanti: 44 CFU (i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

CAM 1 (6 CFU)

CAM 2 (6 CFU)

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT01/MAT05 per un totale di 16 CFU

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT06/MAT09 per un totale di 16 CFU.

Formazione Affine ed Integrativa: 28 CFU (i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

Laboratorio di Calcolo 4 CFU

Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

Formazione a scelta: Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per Prova Finale: 27 CFU

Lo studente dovrà inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03, MAT05/MAT07, MAT06/MAT08.

Di norma entro il mese di ottobre, lo studente presenta al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il Consiglio valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla Laurea Magistrale avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il Consiglio è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati da una apposita commissione che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti da insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale.

### **Modalità e requisiti di ammissione al Corso di Laurea magistrale**

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata non è ad accesso programmato.

Per essere ammessi al corso occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori, di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata purché in possesso dei suddetti requisiti.

Tutti gli studenti che intendano immatricolarsi sono invitati a farne richiesta secondo le modalità previste dall'ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dal Coordinatore del Corso di Studio, ed eventualmente da una commissione. La valutazione seguirà comunque i seguenti criteri:

- Verranno accolte tutte le domande di studenti in possesso di laurea in Matematica conseguita nel nostro ateneo.
- Per tutti gli altri studenti, la commissione valuterà il possesso delle conoscenze e competenze necessarie per l'accesso sulla base della documentazione presentata. Ove necessario, la commissione potrà richiedere ulteriori informazioni relative al curriculum, eventualmente tramite un colloquio di natura non tecnica.
- Indicativamente, verranno accolte le domande di tutti i laureati triennali delle classi L-32 (DM 509/1999) e L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero).
- La commissione potrà consigliare e/o autorizzare l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti della laurea triennale in matematica -non già inclusi nell'offerta formativa relativa alla laurea magistrale -per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a [dida@mat.uniroma2.it](mailto:dida@mat.uniroma2.it) e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi.

### **Calendario 2016/17**

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 26 Settembre 2016 al 16 Dicembre 2016. Quelli del secondo semestre, dal 6 marzo 2017 al 9 Giugno 2017. Il 22 Settembre 2016 alle ore 10.00, in aula L3, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi.

### **Vita pratica**

La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studi: <http://mat.uniroma2.it/didattica>. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo [dida@mat.uniroma2.it](mailto:dida@mat.uniroma2.it) oppure rivolgendosi alla segreteria del Corso di LM, Sig.ra Filippetti, tel. 06 7259 4839.

### **Esami**

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio - febbraio), un appello nella sessione estiva (giugno/luglio) e uno in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, uno in quella autunnale e uno in quella invernale.

### **Trasferimenti**

Gli studenti che intendono trasferirsi al corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a [dida@mat.uniroma2.it](mailto:dida@mat.uniroma2.it) e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Se lo studente ottiene un parere positivo dovrà seguire le modalità previste dall'ateneo per i trasferimenti.

Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri Corsi di Magistrale, possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio valuterà di volta in volta le singole richieste.

### **Programmazione didattica A.A. 2016/17**

Le istruzioni seguenti si riferiscono alla Laurea Magistrale relativa all'ordinamento del D.M. 270/04.

Gli studenti iscritti alla Laurea Specialistica in Matematica o alla Laurea Specialistica in Matematica Applicata potranno naturalmente completare il proprio corso di studi in base al vecchio ordinamento. Gli studenti delle Lauree Specialistiche possono rivolgersi al Coordinatore dei Corsi di Laurea in Matematica per indicazioni specifiche.

## **I SEMESTRE**

### **Teoria della misura (CAM/1) (6 CFU) - attività caratterizzante – obbligatoria**

*Algebre di operatori (8 CFU)*

*\*Analisi di reti (6 CFU) – mutuato L.M. Informatica*

*\*Chimica generale (8 CFU) – mutuato da Scienza dei Materiali*

*\* Complementi di fisica (8 CFU)*

*CAN/1 Complementi di analisi numerica*

*Complementi di probabilità (8 CFU)*

*Complementi di topologia algebrica (8 CFU)*

*Elementi di analisi numerica (8 CFU)*

*Equazioni differenziali (8 CFU)*

*Geometria algebrica (8 CFU)*

*Geometria complessa (8 CFU)*

*Geometria differenziale (8 CFU)*

*\*Introduzione ai processi aleatori (8 CFU)*

*Introduzione alle varietà differenziabili (8 CFU)*

*Logica Matematica I (8 CFU)*

*\*Machine learning (9 CFU)*

*\*MMM: Metodi e modelli dei mercati finanziari (8 CFU)*

*Metodi numerici per PDE (8 cfu)*

*Meccanica analitica e celeste (FM3) (8 CFU)*

*\*Natural language processing (6 CFU) – mutuato L.M. Informatica*

*Numerical methods for computer graphics in Java (8 CFU) – insegnamento tenuto in lingua inglese*

*\*Relatività e cosmologia 8 cfu – mutuato per 6 cfu dall'insegnamento Relativity and cosmology 1, 6 cfu, cdl*

*Triennale in Fisica, secondo semestre, e per 2 cfu da Relativity and cosmology 2, cdl Magistrale in Fisica, primo semestre*

*Storia e didattica della matematica (8 CFU)*

*Teoria dei giochi e progetto di reti (9 CFU) – mutuato L.M. Ingegneria Gestionale*

*EAM 1- Teoria spettrale (8 CFU)*

## **II SEMESTRE**

### **Introduzione all'analisi funzionale (CAM2) (6 CFU) - attività caratterizzante - obbligatoria**

#### **\* Laboratorio di calcolo (4 CFU) - attività affine – obbligatoria**

*Analisi armonica (8 CFU)*

*\*Codifica e compressione di segnali e immagini (8CFU)*

*Elementi di probabilità (8 CFU)*

*\*Machine learning (9 CFU) – mutuato L.M. Informatica*

*\*Progettazione di sistemi informatici (8 CFU)*

*\*Relatività e cosmologia 8 cfu – mutuato per 6 cfu dall'insegnamento Relativity and cosmology 1, 6 cfu, cdl*

*Triennale in Fisica, secondo semestre, e per 2 cfu da Relativity and cosmology 2, cdl Magistrale in Fisica, primo semestre*

*Spazi di Sobolev e soluzioni deboli (EAM/2) (8 CFU)*

*Statistical learning and high dimensional data (8 CFU)*

*Storia della scienza (8 CFU)*

*Superfici di Riemann (8 CFU)*

*\*Teoria dei codici e dell'informazione (6 CFU) – mutuato L.T. Informatica*

*Teoria dei fibrati (8 CFU)*

*Teoria delle rappresentazioni 1 (8 CFU)*

*EAM2 – Spazi di Sobolev e soluzioni deboli (8 CFU)*

*\*Web mining and Retrieval (9 CFU) – mutuato L.M. Informatica*

NOTA: L'asterisco (\*) indica i corsi che, se inseriti nel piano di studio, devono far parte delle attività affini o a scelta dello studente.

### **Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT**

#### **SETTORE MAT/01: LOGICA MATEMATICA**

- Logica matematica 1

#### **SETTORE MAT/02: ALGEBRA**

- Teoria delle rappresentazioni 1

#### **SETTORE MAT/03: GEOMETRIA**

- Complementi di topologia algebrica
- Geometria algebrica
- Geometria complessa
- Geometria differenziale
- Introduzione alle varietà differenziabili
- Teoria dei fibrati
- Superfici di Riemann

#### **SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI**

- Storia della scienza
- Storia e didattica della matematica

#### **SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA**

- Algebre di operatori
- Analisi armonica
- CAM/1: Teoria della misura
- CAM/2: Introduzione all'analisi funzionale
- EAM/1: Teoria spettrale
- EAM/2: Spazi di Sobolev e soluzioni deboli
- Equazioni differenziali

#### **SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ**

- Complementi di probabilità
- Elementi di probabilità 1
- Statistical learning and high dimensional data

#### SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA

- Meccanica analitica e celeste

#### SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA

- CAN/1 : Complementi di analisi numerica 1
- Elementi di Analisi numerica
- Metodi numerici per PDE
- Numerical methods for computer graphics in Java

#### SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA

- Teoria dei giochi e progetto di reti

### Programmi dei corsi

**ALGEBRE DI OPERATORI** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. F. Radulescu**

**Programma.**  $C^*$ -algebre,  $W^*$ -algebre, algebre di von Neumann. Classificazione delle algebre di von Neumann (tipo I, II, III). Esempi dei fattori  $II_1$ . Prodotto incrociato. Azione ergodica di un gruppo numerabile discreto. Algebre di Cartan. Fenomeno di solidità di Ozia. Unicità dell'algebra di Cartan, Rigidità von Neumann (Popa, Vaes).

**Prerequisiti.** Teoria spettrale

**Testi consigliati.** M. Takesaki "Operator Algebras", V. Sunder Introduction to von Neumann algebras, G. Pedersen  $C^*$ -algebras and their automorphism groups

Articoli recenti di S. Vaes

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**ANALISI ARMONICA** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. A. Porretta**

**Programma.** Serie di Fourier (trigonometriche ed in forma complessa): convergenza  $L_2$ , puntuale ed uniforme. Ordine di infinitesimo dei coefficienti di Fourier. Fenomeno di Gibbs (tempo permettendo). Identità approssimate. Convoluzioni e nuclei di sommabilità (cenni). Trasformata di Fourier in  $L_1$  ed in  $L_2$ . Trasformata di Fourier della derivata e della convoluzione. Teorema di inversione e teorema di Plancherel. Classe di Schwartz. La trasformata di Fourier nella classe di Schwartz. Classe di Paley-Wiener. Formula di somma di Poisson. Distribuzioni temperate e loro trasformata di Fourier (trattazione completa o per cenni a seconda della disponibilità di tempo). Trasformata di Fourier di distribuzioni discrete e periodiche e relazione con la serie di Fourier. Campionamento. Teorema di Shannon. Aliasing. Trasformata di Fourier discreta e sue proprietà. Trasformata rapida di Fourier. Trasformata discreta dei coseni.

*Progetto aggiuntivo, opzionale:* convergenza di serie di Fourier in  $L_p$ .

**Obiettivi formativi.** completa e profonda comprensione degli argomenti del corso, con la capacità sia di risolvere problemi, sia di presentare enunciati e dimostrazioni di tutti i risultati in maniera corretta e comprendendo perchè le ipotesi sono necessarie. Lo studente deve acquisire una assimilazione matura dei contenuti comprendendo perchè le ipotesi sono necessarie.

**Modalità d'esame.** all'inizio e durante tutto il corso vengono verificate le conoscenze pregresse degli

studenti; vengono somministrati 3 o più test intermedi, a scopo sia di orientamento sia di accertamento. L'esame finale avviene attraverso una prova scritta ed una orale, più una verifica dei prerequisiti. Può essere assegnata agli studenti la lettura individuale di piccole parti di altri libri o articoli, che poi gli studenti presentano sotto forma di seminario. La frequenza in classe è obbligatoria per l'ammissione all'esame.

**Testi consigliati.** M. Picardello, "Analisi armonica: aspetti classici e numerici" (disponibile online a [http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\\_did/home\\_materiali\\_STM.html](http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali_did/home_materiali_STM.html))

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**ANALISI DI RETI** - I Semestre - 6 CFU - settore INF/01 - 72 ore di lezione in aula

**Prof. M. Di Ianni**

**Programma.** 1) Teoria dei grafi e delle reti sociali.

- Grafi, percorsi, connettività, distanza, ricerca;
- Chiusura triadica, importanza dei collegamenti deboli, struttura di rete in insiemi di grandi dimensioni, indici di centralità e partizionamenti;
- Omofilia e segregazione;
- Bilancio strutturale;

2) Dinamiche nelle reti: modelli di popolazione.

- Cascate informative: il concetto "seguì la massa", un modello di cascata, la regola di Bayes e le cascade;
- Effetti rete: economia con e senza gli effetti rete, il problema di El Farol Bar;
- Power Law e fenomeno rich-get-richer: la popolarità come un effetto rete, modelli rich-get-richer e la long tail;

3) Dinamiche nelle reti: modelli strutturali.

- Comportamento a cascata: diffusione, cascade e cluster, il ruolo dei weak ties, capacità di una cascata;
- Il fenomeno Small-world: i sei gradi di separazione, modelli per lo Small-world; ricerca decentralizzata: modelli e analisi;

4) Reti di Informazione: il World Wide Web

- Struttura del Web: reti di informazione, ipertesti e memoria associativa;
- Link analysis e ricerca nel Web: il problema del Ranking, Hubs e Authorities, il PageRank;

5) Istituzioni e comportamento aggregato;

- Meccanismi di voto: decisioni di gruppo e preferenze individuali; sistemi di voto a maggioranza e posizionale; Teorema di impossibilità di Arrow; Teorema del Voto Mediano;
- Voto come forma di aggregazione dell'informazione: voto sincero e non sincero, la regola dell'unanimità e il problema del verdetto della giuria; voto sequenziale e cascade informative;

**Testi consigliati.** David Easley, Jon Kleinberg, "Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World", Cambridge University Press

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisizione di competenze nella definizione di problemi relativi alla gestione di relazioni fra grandi quantità di individui e nella loro soluzione.

**Modalità di esame.** Esame orale

**CAM/1: TEORIA DELLA MISURA** - I Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula - il corso prevede ore di tutorato

**Prof. M. Bertsch**

**Programma:**



1. Teoria generale della misura. Algebre e  $\sigma$ -algebre. Misure, misure finite e  $\sigma$ -finite, continuità monotona di una misura, misure complete e completamento. Spazi misurabili. Misure esterne, insiemi misurabili. Estensione a una  $\sigma$ -algebra di una misura su un'algebra, Teorema di Caratheodory. Misura di Lebesgue in  $\mathbb{R}$  e in  $\mathbb{R}^N$ . Insiemi boreliani e insiemi Lebesgue-misurabili. Insieme di Cantor.
2. Funzioni misurabili e loro proprietà. Funzioni misurabili e funzioni di Borel. Relazione tra misurabilità e continuità. Convergenza quasi ovunque.
3. Integrazione. Integrale di funzioni semplici non-negative. Integrale di funzioni misurabili nonnegative. Integrali di funzioni misurabili. Funzioni integrabili. Proprietà base dell'integrale. Assoluta continuità dell'integrale. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale: Teorema di convergenza monotona, Lemma di Fatou, Teorema della convergenza dominata, e conseguenze.
4. Misure con segno. Decomposizioni di Hahn e di Jordan.
5. Richiami sugli spazi di Hilbert, Teorema della proiezione, Lemma di Riesz. Misure assolutamente continue e misure singolari. Teorema di Radon-Nikodym.
6. Cenni su spazi normati e di Banach, duale di uno spazio normato. Teorema di Hahn-Banach. Spazi  $L^p$ . Loro completezza, Teorema di Riesz-Fischer. Disuguaglianze di Hölder e Minkowski e conseguenze. Duale di  $L^p$ ,  $p \in [1, \infty)$ .
7.  $\sigma$ -algebre prodotto e misure prodotto; Caso  $\mathbb{R}^n$ . Teoremi di Fubini e Tonelli.
8. Variazione totale di funzioni a valori reali, funzioni a variazione limitata. Principali proprietà delle funzioni a variazione limitata. Le funzioni monotone hanno al più un insieme numerabile di punti di discontinuità. Esempio di funzione continua mai derivabile. Lemma di Vitali. Derivabilità quasi ovunque di una funzione monotona. La funzione di Cantor. Integrale di Stieltjes e di Lebesgue-Stieltjes.
9. Funzioni assolutamente continue e loro proprietà base. Le funzioni assolutamente continue sono a variazione limitata. Misure su un intervallo o sulla retta, funzione di distribuzione. Relazione fra misure assolutamente continue e funzioni assolutamente continue. Teorema fondamentale del calcolo per funzioni assolutamente continue
10. Funzioni continue su uno spazio normale, Lemma di Urysohn e Teorema di estensione di Tietze. Esistenza di partizioni dell'unità su uno spazio compatto di Hausdorff. Teorema di Stone-Weierstrass.
11. Funzionali lineari positivi su  $C(X)$  ( $X$  spazio compatto di Hausdorff). Duale di  $C[a,b]$ . Teorema di Riesz-Markov (dimostrazione nel caso  $X$  a base numerabile). Estensione al caso  $X$  localmente compatto (cenni). Proprietà di regolarità delle misure di Borel (caso separabile). Duale di  $C(X)$ .

**Testi consigliati.** H. Royden, Real Analysis; W. Rudin, Real and Complex Analysis

**Obiettivi di apprendimento.** Lo studente dovrà apprendere la teoria della misura, sapendo usare gli strumenti da essa forniti, in particolare saper riconoscere vari casi particolari e risolvere esercizi di vario tipo.

**Modalità di esame.** Prova scritta e prova orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**CAM/2: INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE** - II Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula - il corso prevede ore di tutorato

**Prof. T. Isola**

**Programma:** 1. Spazi di Banach. Definizioni ed esempi. Norme equivalenti. Spazi normati finito-dimensionali. Spazio duale ed esempi. Il duale di  $C_0(X)$ . Quozienti e somme dirette di spazi normati e loro duali. Teorema di Hahn-Banach e conseguenze. Separazione di insiemi convessi. Spazi riflessivi ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Teorema dell'applicazione aperta. Teorema del grafico chiuso. Principio dell'uniforme limitatezza. Sottospazi complementari di uno spazio di Banach.

2. Topologie deboli. Spazi vettoriali topologici. Topologia definita da una famiglia di seminorme e spazi localmente convessi. Un esempio di spazio vettoriale topologico non localmente convesso. Topologia debole e topologia \*debole. Funzionali debolmente continui. Teorema del bipolare. Teorema di Tychonov (cenno di dim.). Teorema di Banach-Alaoglu. Punti estremali di un convesso, teorema di Krein-Milman e applicazioni. Teorema di Stone-Weierstrass.

3. Spazi di Hilbert. Basi ortonormali ed esempi. Operatori unitari. Sistema trigonometrico e serie di Fourier in  $L_2(T)$ . Operatori limitati su uno spazio di Hilbert. Operatore aggiunto. Operatori compatti e operatori di rango finito. Operatori integrali su  $L_2(X,m)$ . Spettro di un operatore. Teoria di Riesz-Schauder e teorema dell'alternativa di Fredholm per operatori compatti su uno spazio di Banach. Operatori di Volterra. Problema di Dirichlet (cenni). Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti su uno spazio di Hilbert. Teoria di Sturm-Liouville.

**Testi consigliati.** Conway - A course in functional analysis (1990,2ed), Springer, New York.

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali per lo studio di problemi in dimensione infinita su spazi di Hilbert e di Banach, e sugli operatori lineari e continui tra spazi di Banach.

**Modalità di esame.** Esame scritto e orale

## **CAN1: MODELLIZZAZIONE GEOMETRICA E SIMULAZIONE NUMERICA**

I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. C. Manni, Prof. H. Speleers**

**Programma.** il corso fornisce un'introduzione alla costruzione ed alle proprietà delle funzioni spline nonché al loro utilizzo nell'ambito della grafica computerizzata, della progettazione del trattamento numerico di equazioni differenziali alle derivate parziali. Argomenti: Polinomi di Bernstein e curve di Bézier. B-spline: costruzione, proprietà analitiche e geometriche. Totale positività e sue conseguenze. Curve e superfici B-spline. Curve e superfici NURBS. Proprietà di approssimazione di spazi spline. Trattamento di problemi ellittici multidimensionali: fondamenti del metodo degli elementi finiti e dell'analisi isogeometrica

**Obiettivi di apprendimento.** conoscenza di base delle funzioni splines e di alcune loro applicazioni salienti.

**Testi consigliati.** saranno distribuite dispense complete redatte dal docente.

**Modalità di esame.** prova orale.

*L'insegnamento sarà parzialmente erogato in lingua inglese.*

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà totalmente erogato in lingua inglese.*

## **CHIMICA GENERALE – I Semestre – 8 CFU – CHIM/03 – 64 ore di lezione in aula**

**Prof. S. Piccirillo.**

**Programma.** La struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi. Legame chimico (ionico, covalente, metallico). Forze intermolecolari e legame a idrogeno. Stato della materia. Rapporti ponderali nelle reazioni chimiche. Numero di ossidazione. Bilanciamento delle reazioni chimiche. Termodinamica. Funzioni di stato. Equilibri tra fasi. Equilibri chimici omogenei ed eterogenei. La costante di equilibrio termodinamico. Equilibri di solubilità. Dissociazione elettrolitica. Soluzioni e proprietà colligative. Equilibri acido-base in soluzione acquosa: pH, idrolisi, soluzioni tampone, indicatori. Sistemi ossidoriduttivi: potenziali elettrodi, pile, equazione di Nernst, elettrolisi, legge di Faraday.

**Obiettivi di apprendimento.** Apprendimento dei principi basilari della Chimica, in termini di conoscenza delle proprietà generali degli elementi, dei legami che definiscono la struttura dei composti e delle leggi fondamentali che ne regolano le trasformazioni chimiche e fisiche. Esercitazioni pratiche volte alla comprensione dei concetti esposti durante le lezioni frontali.

**Testi consigliati.**I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani, "Chimica", Casa editrice Ambrosiana

P. W. Atkins, L. Jones "Principi di Chimica", Casa Editrice Zanichelli.

M. Speranza "Chimica Generale e Inorganica" EdiErmes

**Modalità di esame:** Prova scritta e prova orale

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**CODIFICA E COMPRESSIONE DI SEGNALI E IMMAGINI - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. D. Vitulano**

**Programma.** Motivazione e richiami storici sulla compressione. Classificazione delle tecniche di compressione. Parametri utili per la compressione. Concetto di entropia e definizione di entropia in Teoria dell'informazione. Proprietà matematiche dell'entropia. Entropia congiunta, entropia condizionata, chain rule e loro proprietà matematiche. Legame tra entropia e compressione. Definizione e proprietà matematiche della distanza di Kullback-Leibler. Definizione e proprietà matematiche della mutua informazione. Codici a lunghezza variabile. Codici non singolari, univocamente decodificabili e istantanei. Disuguaglianza di Kraft e disuguaglianza estesa di Kraft. Cenni sui moltiplicatori di Lagrange. Primo teorema di Shannon (Noiseless source coding theorem). Definizione di distribuzione di probabilità diadica. Primo teorema di Shannon per un processo stocastico stazionario. Teorema di McMillan. Ottimalità del codice di Shannon e teoremi annessi. Definizione di efficienza e ridondanza di un codice. Codice di Fano-Shannon ed esempi. Relazione tra entropia di una sorgente e il suo alfabeto. Teorema dell'independence bound dell'entropia. Codice di Huffman, esempi, proprietà e implementazione in matlab. Alberi a minima varianza. Ottimalità: Huffman versus Shannon. Ottimalità del codice di Huffman. Varianti al codice di Huffman: Huffman troncato. Binary shift code, Huffman shift. Arithmetic coding: definizione, proprietà, ottimalità ed esempi. Cenni sull'implementazione dell'arithmetic coding a precisione finita. Cenni sulla codifica universale: codice FGK. Proprietà di sibling di un albero e Teorema di Gallager. Conseguenze del teorema di Gallager. Huffman adattivo a tabella. Cenni sul codice di Vitter. Dictionary coding. LZ77, ottimalità di LZ77, LZ78 e LZW. Teoria della complessità di Kolmogorov. Teoremi sul legame tra la complessità di Kolmogorov e entropia. Definizione e teoremi sulla probabilità universale. Teoremi sul legame tra probabilità universale e complessità di Kolmogorov. Cenni su trasformate tempo-frequenza e loro applicazioni nella elaborazione di segnali e immagini. Cenni su: Trasformata di Fourier, Short time Fourier Transform, Trasformata wavelet continua, Trasformata Wavelet discreta, Trasformata wavelet 2D, e loro applicazioni con esempi in matlab. Codifica irreversibile per trasformata. Quantizzazione scalare e vettoriale. Definizione, proprietà ed esempi di quantizzazione scalare. Teoria dell'high bit rate coding. Entropia differenziale e proprietà. Disuguaglianza di Jensen e sue conseguenze. Bit allocation ottima con e senza trasformata. Distorsione pesata. Cenni sulla quantizzazione non uniforme. Compandor e teorema di esistenza di un compandor. Mu-law e A-law. Cenni sullo standard G-711. Definizione di significance map. Definizione di space filling curve: Peano e Hilbert. Run-length 1-D e 2-D. Curva rate-distortion in ipotesi di alta risoluzione. Teoria della low bit rate coding. Teorema sul legame tra il decadimento dello spettro di Fourier e regolarità di Lipschitz. Teoremi sul legame tra il decadimento (in scala) del modulo dei coefficienti wavelet e regolarità locale

di Lipschitz. Proprietà di sparsità di una base. Soft e hard thresholding. Curva rate-distortion per funzioni in spazi di Besov. Teorema di Falzon-Mallat. Cenni sulle basi adattive. Matching pursuit. Base di Karhunen-Loeve e diagonalizzazione della matrice di covarianza. Codifica JPEG e implementazione in matlab. Codifica zero-tree. Codifica JPEG2000. Metodo dei minimi quadrati: caso lineare, caso generale (metodo di Gauss) ed esempi in matlab. Cenni su spazi metrici e funzioni contrattive. Teorema delle contrazioni. Definizione e proprietà della distanza di Hausdorff e dello spazio dei frattali. Teorema sulla completezza dello spazio dei frattali. Teoria dei sistemi di funzioni iterate: teoremi, esempi e prove in matlab di funzioni frattali. Teoria dei partitioned iterated functions systems. Codifica frattale. Cenni sulla codifica video. Codifica MPEG1. Cenni sulla stima del movimento. Block matching ed esempi in matlab. Phase correlation ed esempi in matlab. Linear prediction coding: codifica lossless, lossy e delta modulation.

**Testi consigliati.** Thomas M. Cover, Joy A. Thomas (Author), Elements of Information Theory, Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, Hardcover – August 26, 1991. D. Salomon, Data Compression: The Complete Reference, Springer, 4th ed. 2007. S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Academic Press, 1999.

**Obiettivi di apprendimento.** L'obiettivo del corso è quello di fornire una panoramica dei principi teorici e dei metodi di codifica di segnali, immagini e video. Particolare attenzione sarà rivolta allo sviluppo di algoritmi relativi ai più noti standard di codifica e alla relativa implementazione in matlab.

**Modalità di esame.** L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. La prova scritta sarà di norma costituita da 5 esercizi riguardanti sia l'applicazione di modelli e metodi acquisiti nel corso che di quesiti teorici.

## **COMPLEMENTI DI FISICA - I Semestre - 8 CFU - settore FIS/01 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. V. Merlo**

**Programma.** Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger: stati stazionari, proprietà nel caso 1-dimensionale, sistema a due stati, barriere e buche di potenziale, effetto tunnel. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Equazione di Schroedinger in coordinate sferiche: moto in un campo centrale, atomo di idrogeno, formula di Bohr. Spin: matrici di Pauli, elettrone in un campo magnetico, esperimento di Stern e Gerlach. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine dell'atomo di idrogeno, interazione spin orbita.

**Prerequisiti.** È auspicabile una conoscenza di base della meccanica analitica (formalismo lagrangiano e hamiltoniano) e di meccanica statistica classica.

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisire le conoscenze di base di meccanica quantistica in modo da poter affrontare la soluzione di problemi di fisica moderna.

**Modalità di esame.** L'esame consiste in una prova orale nel corso della quale lo studente espone una tesina concordata con il docente, avente come oggetto un particolare campo di applicazione degli argomenti affrontati durante il Corso.

## **COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. A. Calzolari**

**Programma.** Spazi di probabilità astratti. Indipendenza. Legge 0-1 di Kolmogorov. Lemma di Borel-Cantelli. Convergenza quasi certa. Disuguaglianze di convessità. Convergenza in probabilità. Legge dei grandi numeri. Funzioni caratteristiche. Convergenza in legge. Aspettazione condizionale. Martingale a tempo discreto.

**Testi consigliati.** Probability with martingales, D. Williams. Probability and measure, P. Billingsley.

**Obiettivi di apprendimento.** Applicazione della teoria della misura ai fondamenti del Calcolo delle Probabilità e introduzione allo studio delle martingale.

**Modalità di esame.** Prova scritta a e orale

**COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. P. Salvatore**

**Programma.** Richiami sull'omologia; coomologia, gruppi di omotopia, spazi di Eilenberg-MacLane, fibrazioni, spazi dei lacci, omotopia razionale, applicazioni geometriche.

**Obiettivi di apprendimento.** Approfondire la conoscenza dei metodi di topologia algebrica e studiare alcune applicazioni geometriche.

**Modalità di esame.** Esame orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**EAM/1: TEORIA SPETTRALE** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 - ore di lezione in aula

**Prof. R. Longo**

**Programma.**

1. Algebre di Banach. Insieme risolvente e spettro di un elemento. Teorema di Mazur. Analicità del risolvente. Lo spettro di un elemento è compatto non-vuoto. Analicità del risolvente e serie di Neumann. Formula del raggio spettrale.
2. Algebre di Banach commutative. Ideali massimali. Caratteri e spettro di un'algebra di Banach commutative. Caso di un'algebra con identità generata da un elemento o da un numero finito di elementi, spettro congiunto. Teorema dello spectral mapping per polinomi. Spettro di un elemento in una sottoalgebra abeliana massimale o minimale.
3. Calcolo funzionale analitico. Teorema dello spectral mapping per funzioni analitiche. Caso di spettro disconnesso. Perturbazioni dello spettro, semicontinuità inferiore, esempi. Perturbazioni di proiettori.
4. Trasformazione di Gelfand. Elementi nilpotenti generalizzati. Caso dell'algebra  $l^1(\mathbf{Z})$ . Teorema dello spectral mapping per funzioni analitiche.
5. Algebre  $C^*$ . Algebre involutive e norme  $C^*$ . Lo spettro di un elemento autoaggiunto è reale; il raggio spettrale coincide con la norma. Lo spettro non dipende dalla sottoalgebra.
6.  $C^*$ -algebre commutative. Teorema di Gelfand-Naimark. Calcolo funzionale continuo. La categoria delle  $C^*$ -algebre abeliane con identità è duale alla categoria degli spazi compatti di Hausdorff.
7. Calcolo funzionale Boreliano. Il teorema spettrale per operatori autoaggiunti su uno spazio di Hilbert. Misure basiche e calcolo funzionale  $L^\infty$ .
8. Algebre di von Neumann. Teoremi di densità di von Neumann e di Kaplanski. Topologia debole e forte. Compattezza debole della palla unitaria. Algebre abeliane massimali e loro caratterizzazione su uno spazio di Hilbert separabile.
9. Stati e rappresentazioni di una  $C^*$ -algebra. Elementi positive, estensione di stati. La rappresentazione GNS. Caso dell'algebra  $C(X)$ . Operatori di allacciamento, sotto-rappresentazioni, rappresentazioni equivalenti e rappresentazioni disgiunte. Caso commutativo.
10. Il teorema di molteplicità spettrale. Rappresentazioni cicliche e rappresentazioni senza molteplicità (spazio di Hilbert separabile) di una  $C^*$ -algebra abeliana. Classificazione degli operatori autoaggiunti (o di rappresentazioni di una  $C^*$ -algebra abeliana) su uno spazio di Hilbert separabile.

11. Operatori illimitati. Operatori chiusi, chiudibili, aggiunti. Operatori simmetrici e autoaggiunti. Estensione di operatori simmetrici e trasformata di Cayley. Il problema dei momenti.

**Prerequisiti.** Spazi di Banach, duale e topologia forte, debole e \*-debole. Principio dell'uniforme limitatezza. Funzioni analitiche a valori spazi di Banach. Teorema di Tychonoff. Teorema di Alaoglu.

**Testi consigliati.** J.B.Conway: A Course in Functional Analysis, Springer-Verlag. W. Arveson, An Invitation to C\*-Algebras

**Obiettivi di apprendimento.** Lo studente dovrà capire la struttura degli operatori lineari autoaggiunti e normali su uno spazio di Hilbert padroneggiando tecniche analitiche e algebriche.

**Modalità di esame.** Prova orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**EAM/2: SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI - II Semestre - 8 CFU - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. P. Cannarsa**

**Programma.** Teoremi di compattezza in spazi di funzioni continue e di Lebesgue. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg e di Morrey, teorema di Rellich e loro conseguenze. Formulazione variazionale dei problemi ai limiti ellittici mediante gli spazi di Sobolev, esistenza e regolarità delle soluzioni deboli. Principi di massimo. Teoria spettrale per il problema di Dirichlet. Teorema di Hille-Yosida ed equazioni di evoluzione. L'equazione del calore e delle onde, esistenza di soluzioni in spazi di Sobolev.

**Testi consigliati.** H. Brezis, Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer, New York, 2011. L.C. Evans, Partial differential equations. Second edition. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.

**Obiettivi di apprendimento.** Introduzione ai metodi moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali, utilizzando nozioni deboli di soluzione, metodi di analisi funzionale e la teoria degli spazi di Sobolev.

**Modalità di esame.** Esame orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA**

I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. C. Di Fiore**

**Programma.** Polinomi e numeri di Bernoulli, la formula di Eulero-Mclaurin, tecniche di estrapolazione di Romberg. Metodi per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di una matrice, la teoria di Perron-Frobenius per le matrici non negative, il problema del calcolo dell'autovettore pagerank, il metodo delle potenze. Risoluzione numerica di problemi differenziali ordinari e a derivate parziali, il metodo delle differenze finite. Per tutti questi argomenti si approfondiscono sia gli aspetti matematici che quelli algoritmici.

(Per un programma più dettagliato si veda [www.mat.uniroma2.it/~difiore](http://www.mat.uniroma2.it/~difiore))

**Obiettivi di apprendimento.** Completamento di alcune conoscenze di base sull'analisi numerica, con approfondimento di argomenti particolari.

**Modalità di esame.** Prova scritta e orale

**ELEMENTI DI PROBABILITÀ 1 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. B. Pacchiarotti.**

**Prerequisiti.** Il corso presuppone la conoscenza delle nozioni di base sviluppate nel corso di CP Complementi di Probabilità. Questo corso propedeutico a quello di MMMF-Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari

**Programma.** Il Moto Browniano, definizioni e generalità; principali proprietà: regolarità delle traiettorie, comportamento asintotico, proprietà d'invarianza. Martingale a tempo continuo (quelle a tempo discreto e le speranze condizionali, che fanno parte del programma di CP verranno richiamate brevemente). Processi di Markov, processi di Diffusione. L'integrale Stocastico: definizioni, principali proprietà. La formula di Ito, applicazioni. Il teorema di Girsanov. Equazioni Differenziali Stocastiche: esistenza e unicità delle soluzioni, proprietà di Markov, diffusioni, rappresentazione probabilistica delle soluzioni delle Equazioni alle Derivate Parziali.

**Testi consigliati.** Appunti e liste di esercizi vengono distribuiti durante il corso (in inglese).

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisire familiarità con gli strumenti del calcolo stocastico e la capacità di servirsene nella risoluzione dei problemi di calcolo e modellizzazione. A questo scopo è prevista una ampia attività di esercitazioni.

**Modalità di esame.** L'esame consiste in una prova orale. Sono previsti anche due esoneri scritti: il mancato superamento o la mancata partecipazione non pregiudica né il superamento dell'esame né il voto finale, ma dà luogo ad un orale più approfondito.

**EQUAZIONI DIFFERENZIALI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula****Prof. A. Porretta**

**Programma.** Introduzione allo studio di equazioni ellittiche e paraboliche nonlineari. Metodi di punto fisso per l'esistenza di soluzioni. Stime a priori e compattezza. Problemi di regolarità delle soluzioni. Applicazioni: equazioni di Eulero di funzionali del Calcolo delle Variazioni, equazione di Fokker-Planck. Legami con i processi di diffusione e interpretazione probabilistica. Equazioni in forma nondivergenziale: principio del massimo e soluzioni di viscosità. Metodo di Perron per l'esistenza di soluzioni. Programmazione dinamica e soluzioni di viscosità per equazioni di Hamilton-Jacobi. Applicazioni: equazioni di Bellman e Isaacs per problemi di controllo e giochi differenziali.

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisire familiarità con i problemi rilevanti nella teoria delle equazioni differenziali parziali e le possibili applicazioni. Agli studenti si chiede la comprensione di concetti, metodi e teorie che permettono di affrontare l'uso delle equazioni a derivate parziali in contesti potenzialmente differenti.

**Modalità di esame.** Esame scritto e/o orale e/o seminari di approfondimento.

**Testi adottati.** L.C. Evans, Partial Differential Equations, 2nd edition, AMS (2010)

D. Gilbarg-N. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, 2nd ed. Springer (1998)

W. Fleming, H.M. Soner, Controlled Markov Processes and Viscosity Solutions, Springer 2006 oltre dispense fornite dal docente.

**Modalità di esame.** Esame orale e/o esercizi svolti durante il corso e/o seminari di approfondimento.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**GEOMETRIA ALGEBRICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula****Prof. F. Flamini**

**Programma:** 1) Premesse algebriche: anelli noetheriani, moduli e localizzazione. Prefasci e fasci su uno spazio topologico.

2) Spazio affine, Insiemi algebrici affini e topologia di Zariski. Ideali radicali. Hilbert Nullstellensatz. Irriducibilità. Varietà affini:

esempi. Anello delle coordinate e campo delle funzioni razionali. Fascio strutturale.

3) Anelli ed ideali omogenei. Spazio proiettivo, Insiemi algebrici proiettivi. Teorema degli zeri proiettivo. Varietà proiettive: anello delle coordinate omogenee, campo delle funzioni razionali. Varietà quasi-proiettive e localmente chiusi. Fasci strutturali.

4) Varietà algebriche. Morfismi di varietà algebriche. Insiemi costruibili. Esempi: morfismo di Veronese. Morfismi dominanti. Applicazioni razionali e birazionali. Esempi: sistemi lineari di ipersuperficie di uno spazio proiettivo, proiezioni, scoppamenti. Scoglimento di singolarità di curve piane mediante scoppamenti.

5) Prodotti. Varietà di Segre. Grafico di un morfismo. Completezza delle varietà proiettive.

6) Grado di trascendenza di un'estensione di campi. Dimensione di una varietà algebrica.

7) Spazi tangenti e non-singolarità. Spazio tangente di Zariski. Cono tangente.

Miscellanea eventuali argomenti ulteriori (tempo permettendo):

- Funzione di Hilbert e Polinomio di Hilbert di una varietà proiettiva. Grado e genere aritmetico di una varietà proiettiva. Esempi.

- Morfismi finiti e ramificazione

- Semicontinuità della dimensione delle fibre di un morfismo dominante.

- Ulteriori esempi di varietà proiettive: Grassmanniana ed immersione di Pluecker, curve piane proiettive, famiglie di curve piane proiettive.

**Testi consigliati.** Dispense online scritte dal docente F. Flamini, scaricabili dalla pagina web del docente.

Ulteriori testi consigliati

- I. Dolgachev, Introduction to Algebraic Geometry, reperibile all'indirizzo <http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/631.pdf>

- J. Harris, Algebraic geometry (a first course) Graduate Texts in Math. No. 133. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.

- R. Hartshorne Algebraic geometry Graduate Texts in Math. No. 52. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.

- M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, London Math. Soc. Student Texts, vol. 12, 1988.

- I. Shafarevich Basic algebraic geometry vol. 1 Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.

**Obiettivi di apprendimento.** Lo scopo del corso è quello di presentare i concetti fondamentali della teoria della risoluzione di sistemi di equazioni polinomiali in un certo numero di indeterminate. La geometria algebrica studia queste soluzioni da un punto di vista globale, mediante la teoria delle varietà algebriche. Nel corso si definiranno le varietà algebriche e si discuteranno alcune delle loro più importanti proprietà. Si tratteranno inoltre motivazioni ed esempi concreti.

Gli studenti che completeranno con profitto questo corso

- possederanno una conoscenza degli elementi basilari della geometria affine e proiettiva,

- avranno familiarità con esempi espliciti che includeranno curve piane e curve razionali normali, quadriche, la grassmanniana delle rette in  $P^3$ , la varietà di Veronese e la varietà di Segre.

- avranno arricchito la loro conoscenza di anelli commutativi finitamente generati e del loro campo delle frazioni.

- utilizzeranno i concetti di morfismi ed isomorfismi di varietà algebriche e quelli di birazionalità tra varietà algebriche.

**Modalità di esame.** Prova orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*



**GEOMETRIA COMPLESSA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. L. Arosio.**

**Programma.** Definizione di funzione olomorfa in più variabili complesse, Sviluppo in serie di potenze, Formula di Cauchy, Convergenza uniforme sui compatti di funzioni olomorfe, Preparazione di Weierstrass, Cenni sugli insiemi analitici, Teoremi di estensione, Fenomeno di Hartogs, Domini di olomorfia, Convessità olomorfa, Teorema di Cartan-Thullen, Levi-convessità, Funzioni plurisubarmoniche, Pseudoconvessità, Problema di Levi e soluzione col metodo  $L^2$ .

**Testi consigliati.** Demailly: Complex analytic and differential geometry.

Krantz: Function theory of several complex variables.

Range: Holomorphic functions and integral representations in several complex variables.

Hörmander: An introduction to complex analysis in several variables.

**Obiettivi di apprendimento.** La teoria delle funzioni olomorfe di più variabili complesse presenta inaspettate differenze rispetto alla teoria in una variabile. Tali differenze sono dovute a nuovi fenomeni come l'estensione di Hartogs. Il collegato concetto di pseudoconvessità e il problema di Levi sono stati la linea guida dello sviluppo dell'analisi complessa per buona parte del ventesimo secolo. Gli obiettivi di questo corso sono la comprensione delle differenze tra l'analisi complessa in una variabile e l'analisi complessa in più variabili, e la comprensione del concetto di pseudoconvessità nelle sue varie caratterizzazioni equivalenti.

**Modalità di esame.** Esame scritto e orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**GEOMETRIA DIFFERENZIALE**- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. M. McQuillan**

Il tema del corso sarà la differenza entro le varietà differenziali; le varietà-PL (PL=piecewise linear); e le varietà-topologiche. Il teorema principale e il teorema di h-cobordismo di Smale,

<https://en.wikipedia.org/wiki/H-cobordism>

e la sua dimostrazione e i suoi corollari sarà l'oggetto principale del corso. Nonostante, altri fenomeni particolari alle varietà differenziali saranno considerati, ad esempio la teoria di Morse, e il teorema di trasversalità di Thom.

**Testi consigliati,** Milnor, John, Lectures on the h-cobordism theorem, notes by L. Siebenmann and J. Sondow. Milnor, John Morse theory. Milnor, John Differential topology. Hirsch, W & Mazur B Smoothings of Piecewise Linear Manifolds

**Modalità Esame:** orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**INTRODUZIONE AI PROCESSI ALEATORI** - I Semestre - 8 CFU - settore SECS-S/01 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. D. Marinucci**

**Programma.** Il corso si propone di fornire una introduzione all'analisi dei processi stocastici stazionari, con particolare riferimento ai metodi di analisi spettrale. Richiami di probabilità e statistica matematica: teoremi limite, Gaussiana multivariata. Stazionarietà debole e forte. Equazioni alle differenze finite e processi ARMA; condizioni di stazionarietà, funzioni di covarianza. Rappresentazione spettrale di processi stazionari. Periodogramma e proprietà asintotiche. Massima verosimiglianza nel dominio delle frequenze e stime di Whittle. Cenni ai campi aleatori stazionari.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**INTRODUZIONE ALLE VARIETÀ DIFFERENZIABILI**- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. S. Trapani**

**Programma.** Argomenti di Geometria differenziale: varietà differenziabili reali, varietà complesse, varietà algebriche, esempi (sfere, spazi proiettivi, grassmanniane, gruppi di Lie classici, etc.), partizione unità, fatti elementari sui fibrati vettoriali, fibrato tangente e cotangente, differenziale, campi vettoriali, gruppi ad un parametro, sottovarietà, immersioni, immersioni omeomorfe, teorema dell'applicazione inversa, diffeomorfismi. Algebra multilineare: applicazioni multilineari, algebra tensoriale, esterna, simmetrica e relativi prodotti. Isomorfismi canonici, tensori di applicazioni lineari, contrazioni. Forme differenziali, pull-back, differenziale esterno, integrazione su varietà e su sottovarietà, teoremi di Stokes e Frobenius. Coomologia di de Rham (indicazione che si tratta di una nozione topologica, riferendosi a quanto eventualmente visto a topologia algebrica). Argomenti di Geometria Riemanniana: Metriche Riemanniane, connessioni, geodetiche, curvature. Cenni ai teoremi di Hopf-Rinow, Hadamard (curvature vs. topology). Cenni sui gruppi di Lie: enunciati dei tre teoremi fondamentali: corrispondenza gruppo & algebra, sottogruppi & sottoalgebre, omomorfismi di gruppi & di algebre. Azioni di gruppi, rivestimenti vs. gruppo fondamentale.

**Testi consigliati.** W. Boothby: Introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry. M. Abate, F. Tovena: Geometria differenziale. F. Warner: Foundations of differential geometry and Lie groups. N. Hicks: Notes on Differential Geometry.

**Obiettivi di apprendimento.** Lo scopo del corso è fornire elementi di base di geometria delle varietà differenziabili che risultino utili sia in corsi di geometria più avanzati che in corsi di altre materie che usino strumenti geometrici

**Modalità di esame.** Esame scritto e orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**LABORATORIO DI CALCOLO** - II Semestre - 4 CFU - settore INF/01 - 40 ore di lezione in aula

**Prof. P. Baldi**

Il corso fornisce un'introduzione alla risoluzione concreta ed alla illustrazione grafica di problemi alle derivate parziali con l'uso di software scientifico utilizzando strumenti matematici introdotti negli altri corsi della Laurea Magistrale.

**Programma.** Metodo degli elementi finiti. Metodi di simulazione. Sviluppi in autofunzioni. L'uso dei software scilab, C e Freefem integrati tra loro.

**Testi consigliati.** Appunti distribuiti dal docente.

**Obiettivi di apprendimento.** Apprendere a risolvere numericamente problemi alle derivate parziali integrando tra di loro gli ambienti C, scilab e Freefem.

**Modalità di esame.** La prova d'esame consiste nella realizzazione e discussione di un progetto realizzato a partire dal materiale sviluppato a lezione sulla base di tracce proposte.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**LOGICA MATEMATICA 1**- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/01 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. P. Lipparini**

**Programma.** Cenni storici sugli sviluppi della Logica Matematica e della Teoria degli Insiemi nell'Ottocento e nel Novecento. Il problema dei Fondamenti della Matematica. Sistemi formali.

Linguaggio. Formule ben formate. Assiomi. Dimostrazioni. Il Calcolo delle proposizioni. Il Calcolo dei predicati del Primo Ordine. Cenni ai risultati di incompletezza. Assiomatizzazione della teoria degli insiemi. Numeri ordinali e cardinali. L'Assioma di Scelta e cenni a forme equivalenti e deboli. Modelli. Soddisfacibilità. Teorie del Primo Ordine e teoremi di Completezza e Compattezza. Modelli non standard. Ultrafiltri. Ultraprodotti. Il Teorema di Los. Introduzione all'Analisi non standard. Cenni ai risultati di indipendenza e di relativa non contraddittorietà in teoria degli insiemi. Cardinali misurabili e conseguenze della loro esistenza in algebra, analisi e topologia.

Variazioni del programma potranno essere concordate con gli studenti all'inizio del corso.

**Testi consigliati.** Verranno rese disponibili dispense, con altro materiale consultabile online. Possibili testi di riferimento (dei quali non è assolutamente necessario l'acquisto) sono: Elliott Mendelson, Introduzione alla logica matematica, qualunque edizione. Abraham Robinson, Analisi non standard, o l'edizione originale in inglese, Non-standard analysis. C. C. Chang e H. J. Keisler, Model Theory, third edition, o la precedente traduzione italiana, Teoria dei modelli. Thomas Jech, Set Theory - The Third Millennium Edition.

**Obiettivi di apprendimento.** Apprendere gli strumenti di logica matematica e di teoria degli insiemi necessari per una fondazione rigorosa e autosufficiente della matematica.

Acquisire una buona conoscenza dello sviluppo, dei metodi e delle applicazioni della logica matematica e della teoria degli insiemi, con particolare riguardo all'uso della teoria dei modelli. Rendersi conto dell'esistenza di limiti ben definiti alle possibilità del metodo deduttivo formale.

**Modalità di esame.** Prova orale

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**MACHINE LEARNING** - I Semestre - 9 CFU - settore INF/01 - 72 ore di lezione in aula

**Prof. G. Gambosi**

**Programma.** Pattern recognition e machine learning. Schema generale di un sistema di ML. Inferenza. Apprendimento supervisionato e non supervisionato. Regressione lineare. Funzioni base e regressione. Overfitting e funzioni di penalizzazione. Model selection. Introduzione alla teoria delle decisioni. Classificazione: approcci (funzioni di discriminazione, modelli probabilistici discriminativi, modelli probabilistici generativi). Riduzione di dimensionalità e feature selection. Il modello connessionistico. Reti neurali a più strati. Apprendimento di reti neurali. Optimal margin classifiers e support vector machines. Funzioni kernel. Metodi non parametrici per la stima di probabilità: applicazione alla classificazione. Apprendimento non supervisionato. Clustering. Algoritmo k-means. Modelli di mistura di distribuzioni. Modelli a variabili latenti e algoritmo EM. Applicazione a modellazione di testo. Modelli di Markov nascosti (HMM). Ensemble learning. Utilizzo di strumenti e linguaggi (R, Python) per l'analisi e l'apprendimento da dataset reali.

**Obiettivi di apprendimento.** Introdurre alla conoscenza dei fondamenti matematici, oltre che all'utilizzo effettivo, degli approcci più diffusi per l'apprendimento automatico, supervisionato e non supervisionato.

**Modalità di esame.** Prova orale. Si richiede lo sviluppo di un progetto di analisi e learning da un dataset reale

**MECCANICA ANALITICA E CELESTE** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. A. Celletti**

**Programma.** Il corso verte su un'introduzione alla Meccanica Celeste, cioè allo studio del moto di pianeti e satelliti (sia naturali, che artificiali) del sistema solare. Si intendono affrontare gli argomenti

principali della Meccanica Celeste, quali ad esempio la stabilità del sistema solare (che fine faranno la Terra e gli altri pianeti?), il motivo per il quale la Luna rivolge sempre la stessa faccia verso la Terra (e quindi vediamo solo un emisfero della Luna), le collisioni passate e future che caratterizzano il sistema solare (dalla scomparsa dei dinosauri alla previsione di impatti asteroidali). Il programma analitico del corso è il seguente:

- Richiami di Meccanica Hamiltoniana: trasformazioni canoniche, criteri di canonicità, parentesi di Poisson, integrali primi
- Sistemi integrabili
- Teorema di integrabilità locale
- Teorema di Arnold-Liouville e variabili azione-angolo
- Esempi di sistemi integrabili: oscillatori armonici, moto in un campo centrale, giroscopio pesante
- Moti regolari e caotici
- Sistemi conservativi e dissipativi
- Sistemi continui e discreti, mappe di Poincarè, standard map
- Gli esponenti di Lyapunov
- Il problema dei 2 corpi
- Le leggi di Keplero
- Variabili azione-angolo di Delaunay per il problema dei 3 corpi
- I punti di equilibrio Lagrangiani
- Il problema dei 3 corpi ristretto
- Dinamica rotazionale
- Risonanze spin-orbita: derivazione del modello e costruzione di superfici invarianti
- Teoria perturbativa: teorema di Hamilton-Jacobi, teorema di Birkhoff per gli oscillatori armonici
- Applicazione della teoria perturbativa per il calcolo della precessione del perielio.
- Teorema KAM: dimostrazione, aritmetica degli intervalli, cenni di teoria dei numeri e frazioni continue.
- Tecniche classiche e superconvergenti
- Cenni sul metodo di Greene
- Teorema di Nekhoroshev
- Collisioni e regolarizzazione
- Trasformazione di Levi-Civita

**Modalità di esame.** Esame orale.

**METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI** - I Semestre - 8 CFU- settore SECS-S/06 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. L. Caramellino**

**Programma.** Si introduce la moderna teoria della finanza matematica usando modelli continui, con l'obiettivo di risolvere il problema del calcolo del prezzo e della copertura di opzioni europee. Sono quindi trattati argomenti propri del calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman-Kac) ed introdotti modelli di diffusione per i mercati finanziari, per lo studio dell'arbitraggio e della completezza del mercato. Particolare enfasi data al modello di Black e Scholes. Parte del corso dedicata ai metodi numerici Monte Carlo per la finanza.

**Prerequisiti.** Un corso di calcolo stocastico.

**Obiettivi di apprendimento.** Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli di diffusione per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie

collegate (teoria della misura, analisi funzionale, problemi alle derivate parziali, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali (prezzo e copertura di opzioni) tramite costruzione di algoritmi Monte Carlo.

**Testi consigliati.** D. Lamberton, B. Lapeyre: Introduction to stochastic calculus applied to finance. Second Edition. Chapman&Hall, 2008. P. Baldi: Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni.

Appunti recenti oppure la seconda edizione edita da Pitagora Editrice, 2001. Appunti del docente su Calcolo stocastico applicato alla Finanza e su Metodi Monte Carlo in Finanza.

**Modalità di esame.** Prova orale, previa consegna e discussione dei programmi con l'implementazione degli algoritmi di simulazione analizzati durante il corso.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. D. Bertaccini**

**Programma.** Prerequisiti: corso di Analisi Numerica/Calcolo Numerico; calcolo differenziale in più variabili. Introduzione all'approssimazione mediante differenze finite ed elementi finiti. Metodi per equazioni alle derivate parziali in zero dimensioni: i BVP di equazioni differenziali ordinarie. Metodi alle differenze finite per equazioni ellittiche. Problemi ai valori iniziali per equazioni alle derivate parziali in zero dimensioni. Zero-Stabilità e convergenza per problemi ai valori iniziali A- e L-stabilità e metodi per problemi stiff. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali lineari del secondo ordine: ellittiche, paraboliche, iperboliche. Derivazione delle PDE dalle leggi di conservazione e trasporto, diffusione, reazione-diffusione, trasporto-diffusione, trasporto-reazione-diffusione. Analisi di Fourier delle PDE lineari. Equazione di diffusione. Equazione del trasporto e cenni ai metodi per sistemi iperboliche. Cenni ai metodi di ordine alto. Leggi di conservazione non lineari. Soluzione sistemi lineari sparsi di grandi dimensioni generati di volta in volta dai modelli discreti e semidiscreti visti. Note sulla soluzione di alcuni sistemi lineari strutturati. Metodi agli elementi finiti e formulazione debole. Applicazione al caso lineare ellittico e parabolico 1D, cenni al caso 2D. Applicazione a problemi modello lineari e nonlineari.

**Testi consigliati.** R. J. LeVeque, "Finite Difference Methods for ODEs and PDEs", Steady State and Time Dependent Problems. SIAM, Philadelphia, 2007; Alfio Quarteroni, "Modellistica Numerica per Problemi differenziali", Springer editore, 2008; Y. Saad, [Iterative Methods for Sparse Linear Systems](#), PWS, 1996, 2000; Dispense, articoli e appunti del corso.

**Obiettivi di apprendimento.** Introduzione rigorosa ai metodi numerici per le equazioni alle derivate parziali con particolare riferimento agli schemi alle differenze finite per problemi di evoluzione. Soluzione dei modelli discreti tramite metodi proiettivi preconditionati. Analisi dei metodi su problemi modello lineari e indicazioni sulla costruzione degli algoritmi. Esempi di problemi nonlineari di evoluzione da elaborazione di immagini, dalle scienze biomediche e Ingegneria. Verranno considerati con particolare attenzione aspetti quali : qualità dell'approssimazione e stabilità degli algoritmi e approssimazione delle soluzioni dei problemi discreti generati dagli schemi che verranno trattati.

**Modalità di esame.** La prova finale consiste in una interrogazione orale sui contenuti del corso con esercizi e una tesina (a scelta dello studente e previa approvazione del docente).

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**NATURAL LANGUAGE PROCESSING** - I Semestre - 6 CFU - settore ING-INF/05 - 48 ore di lezione in aula

**Prof. F. Zanzotto**

**Programma.** Introduzione e la sfida delle macchine parlanti. Il Linguaggio: modelli e teorie linguistiche. Modelli Linguistici e Sistemi. Come determinare che un modello è corretto e un sistema è efficace: inter-annotation agreement e statistical significance. Automi a stati finiti e trasduttori per la morfologia (appunti per la lezione): software Xerox Finite State Transducers. Elaborazione sintattica con le grammatiche context-free: Parsing con le grammatiche context-free; Feature Structures e Unificazione; Tree Adjoining Grammars; Modular and Lexicalized Parsing; Probabilistic context-free grammar. Semantica: Rappresentazione semantica simbolica: Introduzione a WordNet e FrameNet; Lambda Calcolo per la semantica del linguaggio naturale; Rappresentazione semantica distribuzionale. Textual Entailment Recognition.

**Testi consigliati.** Daniel Jurafsky and James H. Martin, SPEECH and LANGUAGE PROCESSING: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition (Second Edition). I.Dagan, D.Roth, M.Sammons, F.M.Zanzotto, Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23, Morgan&Claypool Publishers, 2013

**Obiettivi di apprendimento.** Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborazione del linguaggio naturale. Alla fine del corso, lo studente sarà in grado di implementare un modello di elaborazione del linguaggio.

**Modalità di esame.** Prova orale Valutazione progetto

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**NUMERICAL METHODS FOR COMPUTER GRAPHICS IN JAVA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula – corso tenuto in lingua inglese

**Prof. H. Speleers**

**Program/Programma:** Computer graphics is widely used in the video game and movie industry. The goal of this course is to provide some basic techniques in computer graphics, and to give an introduction to the programming language Java. Part 1. Introduction to Java as an object-oriented programming language. Part 2. Principles of computer graphics, the basic rendering pipeline and photo-realistic rendering by ray-tracing. Part 3. Numerical modelling techniques based on Bezier and spline curves.

**Objectives/Obiettivi di apprendimento.** Insight in the basic computer graphic techniques for modelling and visualization applications. The ability to implement small to medium-sized problems in an object-oriented programming language as Java.

**Examination/Modalità di esame.** Oral/written exam and project assignment.

**PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI** - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. E. Nardelli**

**Programma.** Aspetti teorici dell'interazione persona calcolatore. Metodologie di progetto dell'interazione. Usabilità. Modellamento di Sistemi Reattivi. Svolgimento di un progetto didattico.

**RELATIVITÀ E COSMOLOGIA** (mutuato per 6 cfu dall'insegnamento Relativity and cosmology 1, 6 cfu, cdl triennale in fisica, secondo semestre, e per 2 cfu da Relativity and cosmology 2, cdl magistrale in fisica, primo semestre) 8 CFU - settore FIS/05 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. N. Vittorio**

**STATISTICAL LEARNING AND HIGH DIMENSIONAL DATA-II** Semestre – 8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

**Prof. D. De Canditiis**

**Programma.**

**Prerequisiti.** Faremo ampio uso di algebra lineare, di concetti base di teoria della probabilità (in particolare variabili casuali multivariate, concetto di correlazione), di inferenza statistica di base (in particolare regressione lineare anche solo unidimensionale). Gli studenti sono tenuti ad avere familiarità con MATLAB.

**Prima parte (in comune con il Master in Scienza e tecnologia spaziale).** Definizione generale di un problema inferenziale. Inferenza supervisionata e non supervisionata. Definizione di funzione perdita generica. Il problema della selezione del modello e della validazione del modello. La classificazione come problema supervisionato e definizione di funzione perdita. Metodi basati sul modello, classificatori di Bayes, funzioni discriminanti lineari, funzioni discriminanti quadratiche, il metodo dei vicini-più-vicini, accenni ad altri metodi. Riduzione della dimensionalità per problemi di classificazione: analisi delle componenti principali (PCA) e selezione delle variabili. Esempi di varia natura. **Seconda parte.** Regressione come problema supervisionato e definizione di funzione perdita. Metodi basati sul modello come la regressione lineare semplice, multipla, non lineare. Stimatori lineari e Stimatori non lineari. Metodi basati su una espansione in una base, come Splines, Fourier o Wavelet. Metodi basati su una espansione in un dizionario qualsiasi. Tecniche di regolarizzazione alla Tikonov (es. Filtro di Wiener per l'analisi di segnali) e di regolarizzazione alla LASSO (es. soft thresholding per l'analisi di segnali). Il metodo del gradiente discendente, costo per iterazione quando il metodo è scalabile linearmente con  $n$  oppure con  $d$ . Regolarizzazione attraverso un arresto precoce dell'iterazione (Regularization via early stopping). Riduzione della dimensionalità per problemi di regressione: analisi delle componenti principali (PCA) e selezione delle variabili. Esempi di varia natura.

**Obiettivi di apprendimento.** L'obiettivo di questo corso è di fornire agli studenti le conoscenze teoriche e le intuizioni di base necessarie per utilizzare ed eventualmente sviluppare efficaci soluzioni per l'analisi di dati in problemi difficili, quando per esempio i dati sono "big" ed hanno un'elevata dimensionalità.

**Modalità di esame.** Allo studente verrà chiesto di scrivere una piccola tesina in cui si analizza un data set reale. La prova orale consiste nella discussione della tesina.

**STORIA DELLA SCIENZA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. L. Russo.**

**Programma.** Conoscenze pre-scientifiche e scienza: cenni al problema della demarcazione. La filosofia naturale della Grecia classica. Metodo e risultati della scienza ellenistica. Il Rinascimento scientifico. L'età galileiana. Principali caratteristiche della scienza settecentesca. La nascita delle principali teorie dell'Ottocento: geometrie non euclidee, termodinamica, elettromagnetismo, chimica, teoria dell'evoluzione. Crisi della scienza esatta nel primo Novecento. Sviluppo dell'informatica e sue conseguenze. Mutamenti del rapporto tra scienza e tecnologia.

**Obiettivi di apprendimento.** Obiettivo principale del corso è lo sviluppo, attraverso l'analisi diacronica, di un atteggiamento critico verso i problemi metodologici riguardanti le teorie scientifiche e i loro criteri e limiti di applicabilità. Altro obiettivo è quello di raggiungere, attraverso lo studio della loro origine storica, una comprensione più profonda dei concetti scientifici attuali. Infine lo studio della storia della scienza dovrà servire a integrare in modo essenziale la ricostruzione di un quadro storico generale più consapevole.

**STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA-** I Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. F. Ghione.**

**Programma.** Il corso intende illustrare un possibile uso della storia della matematica in ambito didattico prendendo in esame alcuni argomenti fondamentali presenti nei programmi delle scuole di primo e secondo grado. In particolare, pur essendo un corso aperto a trattare argomenti di maggiore interesse per gli studenti, si intenderebbe prendere in esame l'origine e gli sviluppi dell'Algebra confrontando la così detta Algebra geometrica euclidea, con l'Algebra che si è sviluppata nella tradizione araba del IX, X e XI con al-Kwharizmi, al-Khayyam, e al-Tusi arrivando agli sviluppi rinascimentali in Italia culminanti dell'Algebra di Bombelli del 1572. Si utilizzerà una metodologia didattica di tipo laboratoriale avviando gli studenti a una lettura commentata dei testi classici e ad una loro rielaborazione in termini didattici.

**SUPERFICI DI RIEMANN** – II Semestre – 8 CFU – settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

**Prof. F. Bracci.**

**Programma.** Programma: Richiami di funzioni olomorfe. Definizione di superfici di Riemann. Esempi. Funzioni olomorfe e funzioni meromorfe su superfici di Riemann. Fibrati lineari complessi. Campi di vettori su superfici di Riemann. Divisori e fibrati lineari. Forme olomorfe. Residui. (prima) classe di Chern. Teoria del potenziale e del-bar. Forme armoniche. Teorema di uniformizzazione. Il teorema di Riemann-Roch. Il teorema di Abel.

**Obiettivi di apprendimento.** Il corso si propone di dare agli studenti gli strumenti e la metodologia per assimilare i concetti fondamentali della teoria delle superfici di Riemann con una impostazione che sia di base per generalizzazioni e studi di ricerca.

**Testi consigliati.** - Varolin “Riemann Surfaces by way of complex analytic geometry” GSM 125, American Math. Soc.

- Raghavan Narasimhan “Compact Riemann surfaces” Lectures in Math. ETH Zurich

- H. M. Farkas, I. Kra “Riemann surfaces” GTM Springer-Verlag

**Modalità di esame.** Homework durante il corso e esame orale finale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**TEORIA DEI CODICI E DELL'INFORMAZIONE-** II Semestre - 6 CFU - settore INF/01 - 48 ore di lezione in aula

**Prof. A. Clementi**

**Programma.** 1. Introduzione alla Teoria dei Codici e dell'Informazione.

- a. Obiettivi generali
- b. Il ruolo della Probabilità
- c. Modelli Matematici per l'Informazione e la Trasmissione
- d. Modelli di Canale con Errori
- e. Codici per la Trasmissione su Canali; Rate di Trasmissione
- f. Esempi di Codici Correttivi: Repetition Codes e Block Codes.
- g. Discussione informale dei risultati di Shannon  
Rif. Bibliografico: Capitolo 1 di [1]

2. I concetti fondamentali della Teoria dell'Informazione.

- a. Richiami di Probabilità Discreta
- b. Inferenza Statistica: Il Likelihood
- c. Definizioni di Entropia e di Contenuto Informativo (di Shannon) di



una Sorgente di Informazione.

d. Proprietà utili della funzione Entropia

Rif. Bibliografico: Capitolo 3 di [1]

3. La Compressione Dati

a. Variabili Aleatorie particolari: Le Sorgenti di Informazioni

b. Entropia di una Sorgente

c. Significato dell'Entropia di una Sorgente

d. Esempi di Sorgenti e valutazione dell'Entropia

e. Entropia di una Sorgente e Compressione del suo Outcome

f. Compressione con Errore e senza

g. Compressione di Sequenze di simboli di una Sorgente

h. Sequenze Tipiche

i. Il I° Teorema di Shannon

j. Dimostrazione del I° Teorema di Shannon

Rif. Bibliografico: Capitolo 4 di [1]

4. Codifica Binaria a Lunghezza Variabile (L.V.) senza Errori

a. Codifica Univoca, Codici Prefissi

b. Il I° Teorema di Shannon per la codifica a L.V.

c. Esempi di Codici Binari a L.V.

d. Codifica a L.V. Ottimale ed i codici di Huffman

Rif. Bibliografici: Capitolo 5 di [1].

5. Codifica e Decodifica per Canali di Trasmissione con Errori

a. Il Modello di Canale attraverso spazi probabilistici congiunti.

b. Random Variables (R.V.) Dipendenti

c. Entropia Congiunta, Condizionata, Marginale di R.V.

d. Il Concetto di Mutua Informazione  $I(X,Y)$

e. La Comunicazione su un Canale con Errori

f. Inferenza dell'Input conoscendo l'Output

g. Capacità di un Canale

h. Il II° Teorema di Shannon sui Canali con Errore

i. Descrizione informale della Dimostrazione

j. Sequenze Congiuntamente Tipiche

k. Dimostrazione formale (alcune parti)

Rif. Bibliografici: Cap. 9 e 10 di [1]

6. Canali e Codici Binari

a. Correzione di Errori e Distanza di Hamming

b. Codici Buoni e Cattivi

c. Codici Perfetti

d. Codici di Hamming

e. Non esistenza di Codici Perfetti utili

f. Codici Lineari Random

g. Codici Lineari Efficienti per il Canale Binario Simmetrico

Rif. Bibliografici: Cap. 13 e 14 di [1]

## 7. Introduzione agli algoritmi probabilistici fondamentali

**Testi consigliati.** [1] David J.C. MacKay. Information Theory, Inference, and Learning Algorithms. Cambridge University Press, Version 7.2 (2005).

**Obiettivi di apprendimento.** IL Corso prevede l'apprendimento degli strumenti fondamentali dell'analisi ed il progetto di codici digitali per la compressione e la trasmissione dei dati seguendo il modello ed i risultati fondamentali della Teoria di Shannon. Infine viene fornita una breve panoramica dell'utilizzo di metodi probabilistici nell'analisi e nel progetto di algoritmi.

**Modalità di esame.** Esame scritto ed orale

## **TEORIA DEI FIBRATI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. M. Nacinovich**

**Programma.** Fibrati topologici. Definizioni generali ed esempi. Richiami sui CW-complessi. Prolungamento di sezioni. Condizioni di Serre. Richiami sulla teoria dell'omotopia.

Successione esatta di omotopia dei fibrati di Serre. Azioni di gruppo. Gruppi topologici e spazi omogenei. Fibrati principali e fibrati di Steenrod topologici. Invarianza omotopica dei fibrati di Steenrod. Fibrati universali e costruzione di Milnor (giunti topologici). Richiami di geometria differenziale. Spazi tangenti e fibrati vettoriali differenziabili. Gruppi e algebre di Lie. Strutture differenziali di alcuni gruppi e spazi omogenei. Varietà di Stiefel e di Grassmann e loro fibrazioni canoniche. Fibrati universali differenziabili. Fibrati di Steenrod e principali differenziabili. Superalgebre e algebre di Clifford. Gruppi eccezionali. Campi di vettori tangenti sulle sfere.

Classi caratteristiche.

**Testi consigliati.** D. Husemoller: Fibre Bundles, (Third edition) New York, 1994

**Obiettivi di apprendimento.** L'obiettivo del corso è quello di introdurre lo studente alle tecniche base di topologia e geometria differenziale e complessa utile in diversi settori della ricerca matematica.

**Modalità di esame.** L'esame è orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese o francese.*

## **TEORIA DEI GIOCHI E PROGETTO DI RETI - I Semestre - 9 CFU - settore MAT/09 - 90 ore di lezione in aula**

**Prof. P. Oriolo**

**Programma.** Giochi non cooperativi. Concetti fondamentali: equilibrio di Nash; strategie dominanti; strategie conservativa. Alcune applicazioni: meccanismi d'asta di primo e secondo prezzo; legislazione di incidente. Giochi antagonisti. Caratterizzazione degli equilibri di Nash per giochi antagonisti. Giochi strettamente competitivi. Estensione in strategia mista di un gioco. Il Teorema di Von Neumann. Analisi di un gioco antagonista in strategia mista. Un'applicazione il poker di Kuhn.

Giochi cooperativi con utilità trasferibile. Concetti fondamentali: imputazioni; nucleo. Teorema di Bondareva-Shapley. Mercati con utilità trasferibile. Valore di Shapley. Giochi cooperativi con utilità non trasferibile. The house allocation problem. The stable marriage problem. Modelli di cost sharing per giochi cooperativi. Facility location game. Nucleo approssimato e relazione con integrality gap. Algoritmi di approssimazione per facility location.

Giochi di Nash continui. Riformulazione come disequazione variazionale. Riformulazione come problema di punto fisso. Teorema di esistenza. Cenni su algoritmi risolutivi. Esempi di applicazioni reali: equilibrio di Nash-Cournot.

Cenni su giochi di Nash generalizzati.

**Obiettivi di apprendimento.** L'obiettivo dell'insegnamento è quello di introdurre alla teoria dei giochi classica e alle più recenti questioni di tipo algoritmico. Nella prima parte del corso, studieremo alcuni

modelli, strumenti e risultati della teoria dei giochi classica quali i giochi cooperativi, i giochi non cooperativi, gli equilibri di Nash, il valore di Shapley e il teorema di Von Neumann. Nella seconda parte, ci concentreremo su alcune recenti questioni algoritmiche che emergono da applicazioni della teoria dei giochi al disegno di reti e servizi distribuiti; termineremo trattando i giochi continui e i giochi di Nash generalizzati.

**Testi consigliati.** An introduction to Game Theory. Martin J. Osborne; Oxford University press.

Algorithmic Game Theory. Edited by Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani; Cambridge University Press.

Linear Programming. V. Chvatal; Freeman and Company.

Dispense del corso di Giochi e Equilibri del Prof. Francesco Facchinei, Università Roma La Sapienza.

Dispense a cura del docente

**Modalità di esame.** Prova scritta (75% della valutazione finale) + discussione orale di un progetto sperimentale (25% della valutazione finale)

**TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 1 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula**

**Prof. E. Strickland**

Rappresentazioni di un gruppo finito. Sotto-rappresentazioni, somma diretta, prodotto tensoriale, potenza simmetrica ed esterna di rappresentazioni. Rappresentazione duale, rappresentazione-permutazione. Rappresentazione regolare.

Rappresentazioni irriducibili, riducibili, completamente riducibili. Teorema di Maschke. Lemma di Schur. Rappresentazioni di gruppi abeliani. Rappresentazioni del gruppo simmetrico su tre elementi. Proprietà dei caratteri. Caratteri di rappresentazioni ottenute come somma diretta, prodotto tensoriale, duale, potenza simmetrica e alterna di rappresentazioni.

Caratteri lineari. Caratteri irriducibili. Tavole dei caratteri. Formula del punto fisso. Relazioni di ortogonalità. Numero delle rappresentazioni irriducibili di un gruppo. Tavola dei caratteri del gruppo diedrale di un quadrato e del gruppo dei quaternioni.

Diagrammi e tableaux di Young. Simmetrizzatori di Young. Rappresentazioni del gruppo simmetrico su  $n$  elementi. Formula di Frobenius per i caratteri del gruppo simmetrico. Hook formula per le dimensioni. Regola di Murnaghan-Nakayama.

**Testi consigliati :** W. Fulton-J.Harris "Representation Theory" Springer

Renata Scognamiglio "Rappresentazioni di gruppi finiti e loro caratteri" Scuola Normale Superiore.

**Obiettivi di apprendimento:** fornire le basi per una serie di argomenti di algebra avanzata che costituiscono strumenti indispensabili per qualunque studio relativo a strutture algebriche e loro rappresentazioni.

**Modalità di esame:** preparazioni di seminari individuali e prova orale.

*In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.*

**WEB MINING AND RETRIEVAL - II Semestre - 9 CFU - settore ING-INF/05 - 72 ore di lezione in aula**

**Prof. R. Basili**

**Programma.** Sezione I: Machine Learning e Learning basato su kernel. Richiami. Metodi Supervised. Metodi probabilistici e generativi. Metodi Unsupervised. Clustering. Metriche di similarità semantica. Metodi agglomerativi. K-mean. Modelli Markoviani. Hidden Markov Models Kernel-based kernels. Kernel polinomiali e RBF. String Kernels. Tree kernels. Latent Semantic kernels. Semantic kernels. Applicazioni. Sezione II: Statistical Language Processing Supervised Language Processing tools.

HMM-based POS tagging. Named Entity Recognition. Statistical parsing. PCFGs: Charniak parser. Modelli di Parsing Lessicalizzati. Shallow Semantic Parsing: kernel based semantic role labeling. Information Extraction. Sezione III: Web Mining & Retrieval. Modelli di ranking per il Web. Introduzione alla Social Network Analysis: rango, centralità. Modelli di random walk: Page Rank. Motori di ricerca. SEO. Google. Sistemi di Question Answering. Open-domain Information Extraction. Acquisizione di Conoscenza da Wikipedia. Social Web. Algoritmi su grafi per la community detection. Introduzione all'Opinion Mining e al Sentiment Analysis.

**Testi consigliati.** Christopher D. Manning, Prabhakar Raghavan and Hinrich Schütze, Introduction to Information Retrieval, Cambridge University Press, 2008. Consultabile on-line C.M. Bishop "Pattern Recognition and Machine Learning" Springer, 2006. Roberto Basili, Alessandro Moschitti, Text Categorization: from Information Retrieval to Support Vector Learning, ARACNE Editore, 2005. Bing Liu, Web Data Mining: Exploring Hyperlinks, Contents, and Usage Data. 2nd Edition, July 2011, Springer. Note del docente e articoli scientifici distribuite durante il corso.

**Obiettivi di apprendimento.** Il Web è la più grande collezione di informazione in formato digitale attualmente disponibile in modo pubblicamente accessibile. Il corso affronta gli aspetti teorici e realizzativi che ne consentono lo sfruttamento, dai processi di indicizzazione, accesso e recupero di informazione alla acquisizione di conoscenza da grandi collezioni di dati distribuite geograficamente. Le finalità del corso sono di: Approfondire tematiche legate all'apprendimento automatico, presentando i metodi avanzati di induzione di conoscenza dai dati. Conoscere i diversi modelli utilizzati nei motori di ricerca per il WWW e nelle loro declinazioni semantiche (Semantic Enterprise Search). Conoscere le tecnologie avanzate di Intelligenza Artificiale applicata al Web, per il trattamento linguistico dei testi (Natural Language Processing) e sperimentarne la applicazione nei domini del Social Web in problemi di Semantic document management, Link Analysis e Opinion Mining. Strumenti e tool per la progettazione di sistemi di Web retrieval basati su Machine Learning verranno resi disponibili durante il Corso in lezioni di laboratorio dedicate. In progetti dedicati verranno progettate e sperimentate piattaforme per task di Statistical Language Processing, Link Analysis ed Opinion Mining nell'ambito dei Web-based Content Management Systems.

**Modalità di esame.** Esame completo (senza esoneri). Prova scritta con Test Risposta Multipla e Domande Aperte (90% della valutazione finale). Discussione orale di un progetto sperimentale (facoltativo) o un lavoro scientifico a scelta (10%)

Esame basato su esoneri. Esonero metà del Corso con Test Risposta Multipla e Domande Aperte (45% della valutazione finale). Esonero Finale con Test Risposta Multipla e Domande Aperte (45%) Discussione orale di un progetto sperimentale (facoltativo) o un lavoro scientifico a scelta (10%)

ooo

Per ulteriori informazioni si possono contattare i siti:

<http://uniroma2public.gomp.it/manifesti/render.aspx?UID=6b0da322-a74b-4995-9d00-975ab21171b1>

<http://www.mat.uniroma2.it/didattica/docenti1617.php>