

# UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

## Laurea in MATEMATICA

### ANALISI MATEMATICA 4

*Prof. P. Cannarsa*

I esonero

14 aprile 2014

**Esercizio 1.** Sia  $\Sigma$  la porzione limitata del piano

$$z = 2x$$

delimitata dall'intersezione con il paraboloido

$$x^2 + y^2 + z = 3,$$

orientata in modo che la terza componente del versore normale sia positiva. Calcolare il flusso del rotore del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (y, -z, x^2)$$

attraverso  $\Sigma$ , sia usando la definizione che applicando il teorema di Stokes.

**Esercizio 2.** Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} x^2 e^{-n|x|} \quad (x \in \mathbb{R})$$

si provi che:

- (a) la serie converge per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ,
- (b) la sua somma,  $f(x)$ , è una funzione continua su  $\mathbb{R}$ ,
- (c) per ogni intero  $k \geq 1$  risulta

$$f\left(\frac{1}{k}\right) \geq \frac{e^{-1}}{k^2} \sum_{n=1}^k \sqrt{n},$$

- (d)  $f$  non è derivabile in 0.