

# UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

## Laurea in MATEMATICA

### ANALISI MATEMATICA 4

*Prof. P. Cannarsa*

II esonero

venerdì 30 maggio 2014, ore 14:30, aula 14

#### Esercizio 1.

1) Risolvere il sistema

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) - 2x(t) + t \\ y'(t) = x(t) - 2y(t) + 1 \end{cases}$$

(si può cercare una soluzione particolare della forma  $x = at + b$ ,  $y = ct + d$ ).

[Punti 7]

2) Studiare la stabilità dei punti critici del sistema

$$\begin{cases} x'(t) = ax(t) + by(t) \\ y'(t) = bx(t) + ay(t) \end{cases}$$

al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  supponendo che  $a^2 - b^2 \neq 0$ .

[Punti 5]

3) Date funzioni  $a, b \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ , risolvere il sistema

$$\begin{cases} x'(t) = a(t)x(t) + b(t)y(t) \\ y'(t) = b(t)x(t) + a(t)y(t). \end{cases}$$

[Punti 8]

**Esercizio 2.** Si calcoli la distanza massima e minima dalla circonferenza

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 = 1\}$$

dell'ellisse

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1 \right\}.$$

(Ad esempio, si possono cercare i punti di estremo vincolato su  $E$  della distanza da  $C$ .)

[Punti 12]