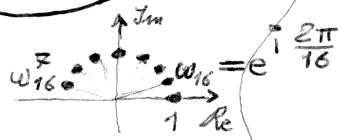
$$F_{16} = \frac{1}{\sqrt{16}} W_{16}$$

$$W_{16} = \begin{bmatrix} I & D_{16} \\ I & -D_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_8 & 0 \\ 0 & W_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & 0 \\ & \omega_{16} & & & & & & & \\ & & (\omega_{16})^2 & & & & & & \\ & & & (\omega_{16})^3 & & & & & \\ & & & & (\omega_{16})^4 & & & & \\ & & & & & (\omega_{16})^5 & & & \\ & & & & & & (\omega_{16})^6 & & \\ & & & & & & & (\omega_{16})^7 & \\ 0 & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & \omega_8 & & \\ & & (\omega_8)^2 & \\ 0 & & & (\omega_8)^3 \end{bmatrix}$$



$$= \begin{bmatrix} I & D_{16} \\ I & -D_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & D_8 \\ I & -D_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_4 & 0 \\ 0 & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ 0 \quad \begin{bmatrix} I & D_8 \\ I & -D_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_4 & 0 \\ 0 & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D_2 = 1 = \omega_2^{\frac{2}{2}-1} \qquad W_1 = 1$$

$$= \begin{bmatrix} I & D_{16} \\ I & -D_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & D_8 \\ I & -D_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_2 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_2 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0 \quad \begin{bmatrix} I & D_8 \\ I & -D_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_2 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_2 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} I & D_{16} \\ I & -D_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & D_8 \\ I & -D_8 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I & D_8 \\ I & -D_8 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} I & D_4 \\ I & -D_4 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$$